কোংলোকচরিবী—

শ্রীউষাকিরণ দেবী,

কুওয়াকৈথেল।

অহানবা সংস্করণ

১৯৫০ ইং।

প্রিণ্টার—শ্রীরাসবিহারীসিংহ,

ফ্রেণ্ডস্‌ ইউনিয়ন প্রেস,

ইম্ফাল, মণিপুর।

বাহৈ অমনিদং

ঐনা চহি নিপান্নোম অকুগী ওবা ওইজরকপা অসিদা অয়াম্বা অঙাংবা জ্যামিতিগী নৈননবা রাহংগী পাওখুম শীবা মরম চানা খন্দুনা ইবগী শক্তি অসি য়াম্না য়াংনা কংই। অসিগুম্বা অয়াংপা অসি করি তৌরগা উপায় থরদং ওইগদগে থজবদগী জ্যামিতিগী অহানবা শরুকী পুন্নমক ওমত্রবক্তু কন্ননাদগী থোকপা নৈননবা রাহংশিংগী পাওখুমশিং অসিদং ইরগা মখোইদা খেংজনবা পীরবদি থরদং কায়গন্না থজতুনা লাইরিক অসি ইজবনি। পাওখুমশিং অসি ইজবদা কোয়-.কায়বা উপপাত্ত অমদি সম্পাত্তশিংগী উদ্দেশ্য অদু য়াবা মখৈ ইন্নবা অমম্রং পারিবা অঙাংশিংনা ইলাই লাইনা থঙবা ঙম্নবা হোৎনজবদা থরদং কোইরপ তৌবা লগী শীজরজরি। অদুগা মখোইনা পাওখুম ইরকপা কান্দা য়াওদবত্ন ময়াবা বাহৈ কয়ানা ব্রেকেটনা হেক হেক কোইশিন্দুনা হাপচরি। লাইরিক অসি য়েংবিবদা কনাগুম্বনা হাধু হাধু কোঙখিবদগী লাইরিক অসিদা লৈখিবা হাপাগী দোষ, অইবগী ভুল অমদি অঙাংশিংনা থঙবদা হেন্না লায়না থোকদবা মওং করিগুম্বা থেংনবিতুনা তাকপীরক্রবদি য়াম্না নুঙাইজগনি। লাইরিক অসি পারগা অঙাংশিংনা জ্যামিতি থরদং থঙবা হেনগৎলবদি ঐগী নোমজমল মহৈ য়ান্নে হায়না নিংজগনি।

লাইরিক অসি ইজখিবদা শ্রীমীনকেতনসিংহ অমস্তুং রাজকুমার শ্রীশীতলজিৎসিংহনা মমল য়াম্নবা পাওতাক্লচিংবা পীবিখিবগী দমক্তা ঐনা উক্ত ভদ্রলোক অনিগী লম্মন তোঞ্জরবনি। ইতি।—

শ্রীঅনৌসিংহ।

নিংশিংজবা।

১। সম্পাদ্যগী নৈননবা রাহংগী পাওখুমদা অহানবা থরগী মঠৈরা ছাপা নম্বদা "অঃ উঃ হিঃ" থর ফেজিনখে।

২। লামাই ১১২ গী চিত্রদা কর্ণ অনিগী করুকমদা ট থারিবদু হেঞ্জিনখ্রে।

হিরমগী লামাই

মৈতৈলোলগী স্কুল জ্যামিতিগী নৈননবা রাহংগী পাওখুম য়েংনবদি লাইরিক অসিগী লামাই খুদিংমক্তা ইত্না লৈরে; ইংরেজীগী স্কুল জ্যামিতিগী নৈননবা রাহংগী পাওখুম য়েংনবগী দমক্তা মথাগী অসি পীরি।

Exercises	on page	13	...	লামাই	২
"	" "	15	...	"	১০
"	" "	19	...	"	১৫
"	" "	21	...	"	২২
"	" "	26	...	"	২৬
"	" "	29	....	"	৩৮
"	" "	34	...	"	৪৩
"	" "	41	...	"	৫৭
"	" "	43	....	"	৭২
"	" "	47	...	"	৮০
"	" "	49	...	"	৯৫
"	" "	59	...	"	১০৬
"	" pages	60–61	....	"	১১৩
"	" "	64–65	....	"	১৩৮
"	" page	79	....	"	১৬৬
"	" "	85	...	"	১৭৩
"	" "	89	....	"	১৮৭
"	" pages	94–95	....	"	১৯৯
"	" page	98	....	"	২৩৪

কল্পনাদগী থোকপা নৈননবা ৱাহংগী
জ্যামিতিগী পাওখুম

অহানবা শরুক

পাওখুমশিং অসি পাকদা মথাগী খুদমশিং অসি খঙ-গদবা ওই।

১। = খুদম অসিনা খঙনবদি মাসিগী ওইদা অমসুং য়েত্তা লৈবা কাংলুপ অনি অচু মান্নৈ হায়বনি।

২। > খুদম অসিনা খঙনবদি মাসিগী ওইদা লৈবা কাংলুপনা য়েত্তা লৈবা কাংলুপতুগী হেন্না চাওই হায়বনি।

৩। < খুদম অসিনা খঙনবদি মসিগী ওইদা লৈবা কাং-লুপনা য়েত্তা লৈবা কাংলুপতুগী হেন্না পিকই হায়বনি।

(লামাই ১৬–১৭)

১। বাহং—মথাদা ইল্লিবা কোণশিং অসিগী পরিপূরক পুথোকউ:—

$\frac{1}{2}$ সমকোণ; $\frac{4}{3}$ সমকোণ; ৪৬°; ১৪৯°; ৮৩°; ১০১°১৫′।

পাওখুম—$\frac{1}{2}$ সমকোণ = $\frac{1}{2}$ × ৯০° = ৪৫°।

∴ ৪৫° গী পরিপূরক ওইবা কোণ = ১৮০° – ৪৫°
= ১৩৫°।

$\frac{4}{3}$ সমকোণ = $\frac{4}{3}$ × ৯০° = ১২০°।

∴ ১২০° গী পরিপূরক ওইবা কোণ = ১৮০° – ১২০°
= ৬০°।

৪৬° কী পরিপূরক ওইবা কোণ = ১৮০° – ৪৬
= ১৩৪°।

১৪৯° গী পরিপূরক ওইবা কোণ = ১৮০° – ১৪৯°
= ৩১°।

৮৩° গী পরিপূরক ওইবা কোণ = ১৮০° – ৮৩° = ৯৭°

১০১°১৫′ গী পরিপূরক ওইবা কোণ
= ১৮০° – ১০১°১৫′ = ৭৮°৪৫′।

২। বাহং—মথাদা ইল্লিবা কোণশিং অসিগী অনুপূরক পুথোকউ:—

$\frac{2}{5}$ সমকোণ; ২৭°; ৩৮°১৬′ অমসুং ৪১°২৯′৩০″।

পাওখুম—$\frac{2}{5}$ সমকোণ = $\frac{2}{5}$ × ৯০° = ৩৬°।

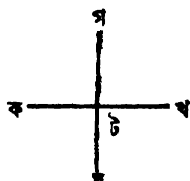
৩৬° গী অনুপূরক ওইবা কোণ = ৯০° – ৩৬° = ৫৪°।

২৭°গী অনুপূরক ওইবা কোণ = ৯০° – ২৭° = ৬৩°।

৩৮°১৬'কী অনুপূরক ওইবা কোণ = ৯০° – ৩৮°১৬'
= ৫১°৪৪'।

৪১°২৯'৩০" গী অনুপূরক ওইবা কোণ = ৯০° –
৪১°২৯'৩০" = ৪৮°৩০'৩০"।

৩। হায়বা—লৈই অচুম্বা অনি ককথেন্নবগা থোকপা কোণ মরি অদুগী মরক্তা কোণ অমনা সমকোণ ওইরবদি লেম্লৈবা কোণ অহুম অদুগী কোণ খুদিংমকসু সমকোণ অমমমনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওখুম—কখ অমসুং গঘ লৈই অচুম্বা অনিনা ট বিন্দুদা কটগ, গটখ, খটঘ অমসুং ঘটক কোণ মরি অসি থোক্লবা কক্লবদা কটগ কোণ অসি সমকোণ ওইরে।

গটখ, খটঘ অমসুং ঘটক কোণ অহুম অসিগী খুদিংমা সমকোণ অমমমনি হায়বদু প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—গট গা কখ গা ট বিন্দুদা তিন্নবুনা কটগ অমসুং গটখ হায়বা ভাইন্নবা কোণ অনি অসি থোকলে;

∴ কটগ ∠ + গটখ ∠ = সমকোণ অনি। (১বা উঃ)।
তৌইশুঙ্গসুং কটগ ∠ = সমকোণ অমা। (পীবগী মতুংইন্না)

∴ অহানবগী মাপ্পবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাপ্পবা রাশীশিং অসি থাদোকলগা লৈহৌরিবা

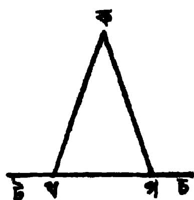
গটখ ∠ = সমকোণ অমা।

মতৌ অসুম তৌহুনা লেমহৌরিবা খটথ, ঘটক কোণ অনি অসিসু সমকোণ অমমমনি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। ৱাহং—কখগ ত্রিভুজগী কখগ, কগখ কোণ অনি অসি মান্নে। খগ বাহুবু মাইকৈ অনিমক্তা শাংদোকহল্লগা থোকপা মপানগী কোণ অনি অহু অমগা অমগা মান্নে হায়বা তাকউ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী কখগ ∠ = কগখ ∠, অমসুং খগ বাহুবু মাইকৈ অনিমক্তা ট অমসুং চ বিন্দুদা শাংদোকপদা কখট অমসুং কগচ হায়বা মপানগী কোণ অনি অসি থোকলে।



কখট ∠ = কগচ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখ গা টগ গা খ বিন্দুদা তিন্নহুনা কখট অমসুং কখগ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কখট ∠ + কখগ ∠ = সমকোণ অনি। (১বা উঃ)।

মতৌ অসুম্না কগচ ∠ + কগখ ∠ = সমকোণ অনি।

∴ কখট ∠ + কখগ ∠ = কগচ ∠ + কগখ ∠ ।

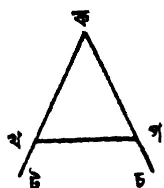
তৌইগুম্বসুং, কখগ ∠ = কগখ ∠ । (পীবগী মতুংইন্না)।

মথকী মান্নবা য়াশীশিংদগী মখাগী মান্নবা য়াশীশিং অসি খায়দোক্লগা লেমহৌবা কখট ∠ = কগচ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ।

৫। **বাহং**—কখগ ত্রিভুজগী কখগ, কগখ কোণ অনি অসি মাপ্পৈ। কখ অমসুং কগ বাহু অনি অসি ভুমিগী মপান্দা শাংদোক-হনবদা থোকপা মপানগী কোণ অনি অদু মাপ্পৈ হায়বা তাকউ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী কখগ ∠ = কগখ ∠, অমসুং কখ, কগ বাহু অনিবু খগ ভুমিগী রাংমদা মথংশিৎনা ট অমসুং চ বিন্দুদা শাংদোকপদ টখগ, চগখ হায়বা মপান-গী কোণ অনি অসি থে'কলে।



টখগ ∠ = চগখ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কট গা গখ গ খ বিন্দুদা তিন্নজুনা কখগ, টখগ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে;

∴ কখগ ∠ + টখগ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)।

মতৌ অসুম্না কগখ ∠ + চগখ ∠ = সম ∠ অনি।

∴ কখগ ∠ + টখগ ∠ = কগখ ∠ + চগখ ∠ ।

তৌইগুম্বসুং, কখগ ∠ = কগখ ∠ । (পীবগী মতুং ইন্না)।

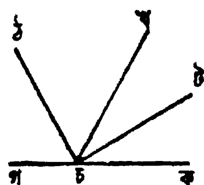
মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসিদগী মখাগী মান্নবা রাশীশিং অসি খায়দোক্লগা লেমহৌবা

টখগ ∠ = চগখ ∠ ।

অঃ উঃ ছিঃ ।

৬। **বাহং**—লৈই অচুম্বা অনিনা তিন্নরগা থোকপা নরুবা কোণ অনি অদুগী তঙ্খাই তানা থায়বা লৈই অনি অদুগী মরক্তা লৈবা কোণ অদু সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ তৌ, হায়বদি

করিগুম্বা কোণ অমগী মনুং থংবা অমসুং মপানথংবা তথ্যাই তানা খায়বা লৈই অনি অদু অমনা অমগী লম্বনি হায়বা তাকউ।



পাওথুম—টচ, ঠচ না খচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নদুনা থোকলিবা তাইনবা কচখ অমসুং গচখ কোণ অনি অসিবু মথংশিংনা তথ্যাই তানা খায়দোকই, হায়বদি চট অমসুং চঠ অনি অসি কচখ কোণবু মনুংদা অমসুং মপান্দা চপমান্নবা খায়দোকপা লৈই অদুম্বা অনিনি।

টচঠ কোণ অসি সমকোণনি, হায়বদি চট অমসুং চঠ অনি অসি অমনা অমগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—খচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নদুনা কচখ, গচখ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে;

$\therefore$ কচখ $\angle$ + গচখ $\angle$ = সম $\angle$ অনি। (১বা উঃ)।

মান্নবা রাশীশিং অসিবু ২না য়েনথোক্লগা

$\frac{1}{2}$ কচখ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ গচখ $\angle$ = সম $\angle$ অমা।

অদুগা টচখ $\angle$ = $\frac{1}{2}$ কচখ $\angle$, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং ঠচখ $\angle$ = $\frac{1}{2}$ গচখ $\angle$। (মরম অদুমক্না)।

মথকী মান্নবা রাশীশিংগা মখাগী মান্নবা রাশীশিংগা তিন্নশিল্লগা।

টচখ $\angle$ + ঠচখ $\angle$ = $\frac{1}{2}$ কচখ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ গচখ $\angle$

= সম $\angle$ অমা।

ভৌইগুম্বসুং টচখ ∠ + ঠচখ ∠ = টচঠ ∠ ;

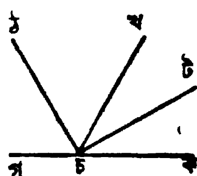
(চিত্রগী মতুং ইন্না)।

∴ টচঠ ∠ = সম ∠ অমা,

হায়বদি চট অমসুং চঠ অনি অসি অমনা অমগী লম্বনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৭। বাহৈং—মথক্তা পীরিবা চিত্রদা কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনুপূরক ওই হায়বা তাকউ।



পাওথুম—নাকলদা য়েক্লিবা চিত্র অসিদা টচ, ঠচ লৈই অনি অসি কচখ কোণগী মথংশিংনা মসুং অমসুং মপানথংবা তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি।

কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনুপূরক ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—খচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নচুনা কচখ, গচখ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কচখ ∠ + গচখ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসিবু ২না য়েন্নগা

½ কচখ ∠ + ½ গচখ ∠ = সম ∠ অমা।

অদুগা কচট ∠ = ½ কচখ ∠, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং গচঠ ∠ = ½ গচখ ∠ ; (মরম অদুমক্তা)।

∴ মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিন্নগা

কচট ∠ + গচঠ ∠ = ½ কচখ ∠ + ½ গচখ ∠

= সম ∠ অমা ।

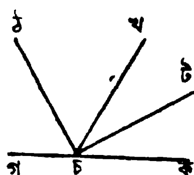
∴ কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনুপূরক ওই ।

(সংজ্ঞা) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৮। ৱাহৈং—খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক, অদুগা কচঠ, খচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই হায়বা তাকউ ।

পাওথুপ—না'কলদ' য়েংলিবা চিত্রদা টচ, ঠচ লৈই অনি অসি কচখ কোণগী মথংশিংনা মনুং অমসুং মপানথংবা তঙ্খাই তানা থায়বা লৈইনি ।



(১) খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক, অমসুং (২) কচঠ, খচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদনি ।

প্রমাণ—(১) টচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নদুনা কচট, গচট হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোক্লে ;

∴ কচট ∠ + গচট ∠ = সম ∠ অনি । (১বা উঃ) ।

তৌইগুম্বসুং, খচট ∠ = কচট ∠; (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ খচট ∠ + গচট ∠ = সম ∠ অনি ।

∴ খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই । (সংজ্ঞা) ।

(২) ঠচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নদুনা কচঠ, গচঠ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কচঠ ∠ + গচঠ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)।

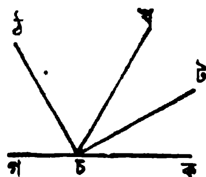
তৌইগুম্বসুং, খচঠ ∠ = গচঠ ∠ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কচঠ ∠ + খচঠ ∠ = সম ∠ অনি।

∴ কচঠ, খচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই। (সংজ্ঞা)।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। ৱাহং—ক১খ .কাণনা ৩৫ ওইরবদি গচঠ কোণ অসি ডিগ্রি কয়ানো ?



পাওখুম—নাকলদা য়েক্লিবা চিত্রদা টচ, ঠচ লৈই অনি অসি মথংশিংনা কচখ কোণগী মসুং অমসুং মপানথংবা তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি।

গচঠ কোণগী ডিগ্রি পুথোকদবনি (প্রমাণনা)।

প্রমাণ—কচট ∠ + গচঠ ∠ = সম ∠, (মথক্কী ৭শুবা ৱাহং)

হায়বদি কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনু-পূরকনি।

তৌইগুম্বসুং কচট ∠ = ½ কচখ ∠ = ½ × ৩৫° = ১৭°৩০'।

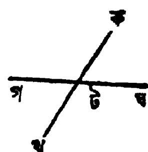
∴ গচঠ ∠ = ৯০° − ১৭°৩০' = ৭২°৩০'।

অঃ উঃ হিঃ।

(লোমাই ১৯-২০)

৫। য়াহং—কখ লৈই অচুম্বগী ট বিন্দুদগী মহাক্কী নাকল অনিমক্কা টগ, টঘ লৈই অচুম্বা অনি চিংলগা গটখ কোণ কটঘ কোণগা মান্নরবদি টগ, টঘ লৈই অচুম্বা অমত্তনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখ গী মন্নুংদা লৈবা ট বিন্দুদগী মহাক্কী নাকল অনিমক্কা টগ, টঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি চিংবদা গটখ কোণগা কটঘ কোণগা মান্নে।



টগ, টঘ অনি অসি লৈই অচুম্বা অমত্তগী অন্নুংদা লৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—গট গা কখ গা ট বিন্দুদা তিন্নডুনা কটগ, গটখ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কটগ ∠+গটখ ∠=সম∠ অনি। (১বা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং কটঘ ∠=গটখ ∠। (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কটগ ∠+কটঘ ∠=সম∠ অনি।

হৌজিক্তি কট লৈইগী ট বিন্দুদা গট অমসুং ঘট লৈই অচুম্ব অনিনা কট গী নাকল অনিদগী লাক্নুনা উনরবদা থোক্লিবা নত্তবা

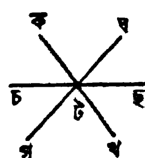
কটগ ∠+কটঘ ∠=সম∠ অনি ;

∴ টগ অমসুং টঘ অনি অসি লৈই অচুম্বা অমত্তদা লৈ।

(২শুবা উঃ)।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। ৱাহং—কথ, গঘ লৈই অচুম্বা অনি ট বিন্দুদা অমগা অমগা কক্লরে। টছ লৈইনা খটঘ কোণগী তঙ্খাই তানা খায়বা লৈই ওইরবদি, শাংদোকহন্দুনা থাকপা টছ লৈইনা কটগ কোণগী তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কথ, গঘ লৈই অচুম্বা অনিনা ট বিন্দুদ কক্লবদা পোক্লিবা খটঘ কোণবু টছ না তঙ্খাই শানা খায়দোকলে, অমসুং ছট বু চ বিন্দু ফাওব শাংদোকহল্লে।

টচ না কটগ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই, হায়বদি কটচ, গটচ কোণ অনি অসি মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কথ, চছ অনি অসি ট বিন্দুদা কক্লরে ;

∴ ছটখ ∠ = কটচ ∠ ।　　　　　　　　(৩শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম্না ছটঘ ∠ = গটচ ∠ ।

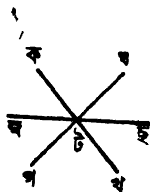
তৌইগুম্বসুং, ছটখ ∠ = ছটঘ ∠　　　　　　(শীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কটচ ∠ = গটচ ∠,

হায়বদি টচ না কটগ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৭। ৱাহং—কথ, গঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি ট বিন্দুদা অমগা অমগা কক্লরে। টছ অমসুং টজ লৈই অনি অসি মথংশিংনা খটঘ অমসুং কটগ কোণগী তঙ্খাই তানা খায়বা লৈই ওইরবদি মখোই অসি লৈই অচুম্বা অমত্তদা লৈগনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা অনিনা ট বিন্দুদা কক্লবদা থোক্লিবা খটঘ অমসুং কটগ কোণবু মথংশিংনা টছ অমসুং টজ না তঙ্খাই তানা খায়দোকই।

টছ অমসুং টজ অনি অসি লৈই অচুম্বা অমতা ওইগ'ন হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখ গা গঘ গা ট বিন্দুদা কক্লরে ;

∴ কটগ ∠ = খটঘ প্রতীপ ∠। (৩শুব উঃ)

অদুগা কটজ ∠ = ½ কটগ ∠, (পীবগী মতু' ইন্না)।

অমসুং খটছ ∠ = ½ খটঘ ∠ ; (মখম অদুমক্তা)

∴ কটজ ∠ = খটছ ∠।

অমুক হন্না, ছট গা কখ গা ট বিন্দুদা তিন্নদুনা কটছ অমসুং খটছ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোক্লে ;

∴ কটছ ∠ + খটছ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)

তৌইশুম্বসুং কটজ ∠ = খটছ ∠ ; (প্রমাণ তৌখে)।

∴ কটছ ∠ + কটজ ∠ = সম ∠ অনি।

হৌজিক্তি কট লৈই অচুম্বগী ট বিন্দুদা ছট অমসুং জট লৈই অচুম্বা অনিনা কট গী নাকল অনিদগী লাক্লুনা উনরবদা থোক্লিবা নক্লবা

কটছ ∠ + কটজ ∠ = সম ∠ অনি ;

∴ টছ অমসুং টজ লৈই অনি অসি লৈই অচুম্বা অমতা ওইগনি। (২শুবা উঃ)।

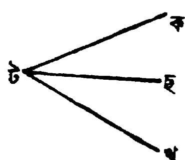
অঃ উঃ হিঃ।

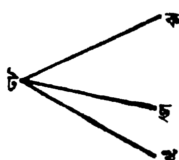
৮। য়াহং—টছ লৈই অচুম্বনা কটখ কোণবু অনি থোক্লা চপমান্নবা খায়দোকলে অদু ওইরবদি কোণ অদুগী চিত্র অদু টছ লৈইগী মতুং ইন্না থুপ্লবদি টক বাহু টখ বাহুগা তিন্নখিগনি হায়বা তাকট।

(১) কটছ কোণ অসিনা ছটখ কোণদগী হেন্না চাওরবা,

(২) কটছ কোণনা ছটখ কোণদগী হেন্না পিকপা ওইরবদি টখ গা য়েংনবদা টক অসি কদাইদা লৈগদগে ?

পাওথুম—কটখ কোণবু টছ না অনি থোক্লা চপমান্নবা খায়দোকই।





(১)

(২)

চিত্রবু টছ মতুং ইন্না থুপ্লদা টক বাহু টখ বাহুগা তিন্নগনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কটছ ∠ = ছটখ ∠ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ চিত্রবু টছ গী মতুং ইন্না থুপ্পদা টক বাহু টখ বাহুগা লোন্নগনি।

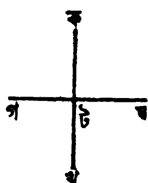
(১) চিত্র (১) দা কটখ কোণ টছ না খায়দোকপদা কটছ কোণনা ছটখ কোণদগী হেন্না চাওই ;

∴ চিত্র (১) বু টছ গী মতুং ইন্না থুপ্পদা টক বাহুনা টখ বাহুগী য়াংমদা অদুগা ছটখ কোণগী মপান্দা তাগনি।

(২) চিত্র (২) দা কটখ কোণবু টছ না খায়দোকপদা কটছ কোণনা ছটখ কোণদগী হেম্না পিকই ;
∴ চিত্র (২) বু টছ গী মতুং ইম্না থুপ্পদা টক না ছটখ কোণগী মমুংদা তাগনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। মাহং—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা অনি অমগা অমগা ট বিন্দুদা লম্ব ওইনা কক্লরে ; হৌজিক্তি কখ লৈই অচুম্বগী মতুং ইম্না থুপচিল্লবদি টগ লৈই টঘ লৈইগা তিম্নখিগনি হায়বা তাকউ।



পাওথুম—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা অনিনা লম্ব ওইননা ট বিন্দুদা কক্লরে।

চিত্রবু কখ লৈইগী মতুং ইম্না থুপ্পদা টগ না টঘ গী মথক্তা তাগনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—চিত্র অসি কখ লৈই অচুম্বগী মতুং ইম্না থুপচিল্লসি।

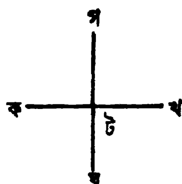
কটগ ∠ = কটঘ ∠ ; [মখোই খুদিং সমকোণনি]।

∴ টগ না টঘ গী মথক্তা তাগনি।

অঃ উঃ হিঃ।

১০। মাহং—চেগী মথক্তা কটখ হায়বা লৈই অচুম্বা অমা চিংলগা টক লৈই অসি টখ লৈইগী মথক্তা তাননবা চে অদু থুপ-চিনবদা হায়রিবা লৈই অনি অসি পূমতিন তিন্নখ্রে। হৌজিক্তি চেগী থুপফম অদু কটখ লৈইগী লম্বনি হায়বা তাকউ।

পাওখুম—কটখ লৈই অচুম্বা য়েক্লিবা চে অসি টক না টখ গী মথক্তা তাননবা থুপচিল্লে।



চেগী থুপক্ষম অচু কটখ লৈইগী লম্বনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কটখ লৈই অচুম্বা য়েক্লিবা চে অসি টক না টখ গী মথক্তা তাননবা থুপচিনবদা গটঘ অসি থুপক্ষম অচুনি।

অচু ওইরবদি, কটগ ∠ = খটগ ∠।

অচুগা গট লৈইগা কখ গা ট বিন্দুদা তিন্নচুনা কটগ, খটগ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে;

∴ কটগ ∠ + খটগ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)।

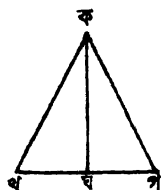
∴ কটগ অমসুং খটগ কোণ থুদিংমক সমকোণ অমমম ওইরে।

∴ গট হায়বদি গটঘ লৈই অসি কটখ লৈইদা লম্ব ওই, হায়বদি চেগী থুপক্ষম অচু কটখ লৈইদা লম্ব ওই।

অঃ উঃ হিঃ।

(লামাই ২৫—২৬)

১। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মতোনগী কোণবু অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকপা লৈইনা (১) ত্রিভুজবু অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকই, (২) ভুমিগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম— কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ=কগ, অমসুং কঘ না মতোনগী খকগ কোণবু অনিথোক্লা মান্ননা খায়দোকই।
কঘ না (১) কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজবু অনিথোক্লা মান্ননা খায়দোকই
অমসুং (২) খগ ভুমিদা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—(১) কখঘ, গকঘ ত্রিভুজগী

কখ=কগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কঘ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মন্নুং থংবা খকঘ ∠ = মন্নুং থংবা গকঘ ∠ ;

(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে।

(৪শুবা উঃ)।

∴ কঘ না কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজবু মান্ননা অনি থোক্লা খায়দোকই।

(২) কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

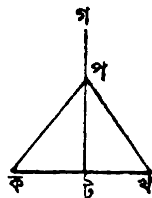
∴ কঘখ ∠ = কঘগ ∠।

মখোই অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কঘ অসি খগ দা লম্ব ওই। (সংজ্ঞা)।

অঃ উঃ হিঃ।

২। ৱাহং—ট অসি কখ লৈই অচুম্বগী ময়ায়থংবা বিন্দুনি, অদুগা টগ না মদুগী লম্বনি। টগ লম্বগী মমুংদা লৌনিংবা মফম অমদা প হায়বা বিন্দু অসি লৌরবদি পক = পখ তাকউ।



পাওখুম— কখ গী ময়ায়গী বিন্দু ট দগী মথোন্দা লম্ব ওইবা টগ চিংলে, অমসুং টগ গী মমুংদা করিগুম্বা প বিন্দু লৌরগা পক, পখ শমজিন্নরে।

পক = পখ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কটপ, খটপ ত্রিভুজগী

কট = খট, (পীবগী মতুং ইন্না)

টপ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

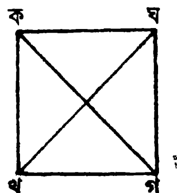
অমসুং মমুং থংবা কটপ ∠ = মমুং থংবা খটপ ∠;

[মখোই খুদিং সমকোণনি]

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্ন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ পক = পখ। অঃ উঃ হিঃ।

৩। ৱাহং—সমচতুর্ভুজ (বর্গ ক্ষেত্র) গী বাহু মরিমক মান্নৈ অমসুং কোণ মরিমক সমকোণনি হায়না লৌরবদি কখগঘ সমচতুর্ভুজগী কগ, খঘ কর্ণ অনি মান্নৈ হায়বা তাকউ।



পাওখুম— কখগঘ সমচতুর্ভুজগী বাহু মরিমক মান্নৈ, অমসুং কোণ মরিমক সমকোণনি অদুগা কগ, খঘ কর্ণ শমজিন্নরে।

কগ = খঘ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ, ঘগখ ত্রিভুজগী

কখ = ঘগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মন্নুং থংবা কখগ ∠ = মন্নুং থংবা ঘগখ ∠;

[মখোই খুদিং সমকোণনি]

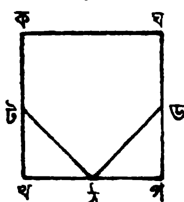
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

∴ কগ = খঘ। অঃ উঃ হিঃ।

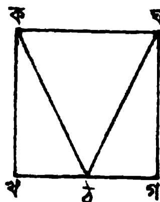
৪। বাহং—কখগঘ সমচতুর্ভুজগী ট, ঠ, ড অসি মথং-শিংনা কখ, খগ, গঘ বাহুশিং অসিগী ময়ায়গী বিন্দুনি,

(১) টঠ = ঠড। (২) কঠ = ঘঠ।

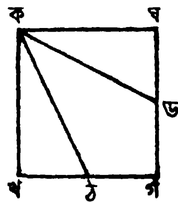
(৩) কঠ = কড। (৪) খড = ঘঠ। হায়বা প্রমাণ তৌ।



(১)

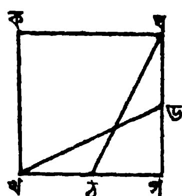


(২)



(৩)

পাওথুম—কখগঘ সমচতুর্ভুজগী ট, ঠ, ড অসি মথংশিংনা কখ, খগ, গঘ বাহুশিং অসিগী ময়ায়গী বিন্দুনি। চিত্র (১) দা টঠ অমসুং ঠড, চিত্র (২) দা কঠ অমসুং ঘঠ, চিত্র (৩) দা কঠ অমসুং কড অমসুং চিত্র (৪) দা খড অমসুং ঘঠ শমজিন্নরে।



(৪)

চিত্র (১) দা টঠ=ঠড হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

(১) প্রমাণ—ট না কখ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খট=½ কখ।

মতৌ অসুম্না গড=½ গঘ।

তৌইগুম্বসুং কখ=গঘ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খট=গড।

অদুগা ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খঠ=ঠগ।

হৌজিক ঠখট, ঠগড ত্রিভুজগী

খট=গড, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

খঠ=ঠগ, (মরম অদুমক্না)।

অমসুং মনুং থংবা টখঠ ∠ = মনুং থংবা ঠগড ∠ ;

[মখোই খুদিং সমকোণনি]।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

∴ টঠ=ঠড।

চিত্র (২) দা কঠ=ঘঠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

(২) প্রমাণ—কখঠ, ঘগঠ, ত্রিভুজগী

কখ=ঘগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খঠ=গঠ, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অমসুং মনুং থংবা কখঠ ∠ = মনুং থংবা ঘগঠ ∠ ;

[মখোই খুদিং সমকোণনি]

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

∴ কঠ=ঘঠ।

চিত্র (৩) দা কঠ=কড হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

(৩) প্রমাণ—ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খঠ = ½ খগ।

মতৌ অস্থম্না ঘড = ½ গঘ।

তৌইগুম্বস্থং খগ=গঘ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খঠ = ঘড।

হৌজিক কখঠ, কঘড ত্রিভুজগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খঠ = ঘড, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অমসুং মন্নুং থংবা কখঠ ∠ = মন্নুং থংবা কঘড ∠ ;

[মখোই খুদিং সমকোণনি]।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্মমক মান্নৈ। (৪গুবা উঃ)।

∴ কঠ = কড।

চিত্র (৪) দা খড=ঘঠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

(৪) প্রমাণ—ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ গঠ = ½ খগ।

মতৌ অস্থম্না গড = ½ গঘ।

তৌইগুম্বস্থং খগ=গঘ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ গঠ = গড।

হৌজিক, খগড, ঘগঠ ত্রিভুজগী

খগ = গঘ,

গঠ = গড, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

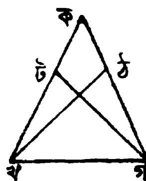
অমসুং মন্নুং থংবা ঠগড অসি মখোই অনিগী তিন্নবা কোণনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৪গুবা উঃ)।

∴ খড = ঘঠ।

অঃ উঃ হিঃ।

৫। ৱাহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্ন মান্নবা কখ, কগ বাহু অনি অসিদগী মান্ন মান্নবা কট, কঠ শরুক কক্লে, অমসুং খঠ, গট শন্নরে। অদু ওইরবদি খঠ = গট প্রমাণ তৌ।



পাওখুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্ন মান্নবা কখ, কগ বাহুদগী কট, কঠ হায়বা মান্নবা শরুক অনি অসি কক্লে, অমসুং খঠ, গট শান্নরে।

খঠ = গট হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখঠ, কগট ত্রিভুজগী

কখ = কগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কঠ = কট, (মরম অদুমক্তা)।

অমসুং মন্নুং থংবা টকঠ অসি মখোই অনিমক্কী তিন্নবা কোণ ওইরে ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৪গুবা উঃ)।

∴ খঠ = গট।

অঃ উঃ হিঃ।

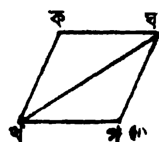
(লামাই ২৮)

১। ৱাহং—কখগঘ চতুর্ভুজগী বাহুশিং অহু মান্নে ; খঘ কর্ণ চিংহুনা

(১) কখঘ কোণ = কঘখ কোণ ;

(২) গখঘ কোণ = গঘখ কোণ ;

(৩) কখগ কোণ = কঘগ কোণ হায়বা উৎলু।



পাওথুম—বাহু পুন্নমক মান্নবা কখগঘ চতুর্ভুজগী খঘ কর্ণ শমজিন্নরে।

(১) কখঘ ∠ = কঘখ ∠ ;

(২) গখঘ ∠ = গঘখ ∠ ;

(৩) কখগ ∠ = কঘগ ∠ ; হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—(১) কখঘ ত্রিভুজগী

কখ = কঘ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখঘ ∠ = কঘখ ∠ । (থেওরা উঃ)।

(২) গখঘ ত্রিভুজগী

গখ = গঘ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ গখঘ ∠ = গঘখ ∠ । (থেওরা উঃ)।

(৩) কখঘ ∠ = কঘখ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অহুগা গখঘ ∠ = গঘখ ∠ (মরম অহুমক্তা)।

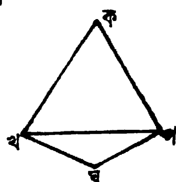
মথক্কী মান্নবা ৱাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

অপুনবা কখগ ∠ = অপুনবা কঘগ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ।

२। ৱাহং—খগ ভুমিগী নাকল অনিদা কখগ, ঘখগ সম-দ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে ; ৫শুবা উপপাদ্যগী পান্থৈনা কখঘ কোণ = কগঘ কোণ প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—খগ ভুমিগী নাকল অনিদা কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে।



কখঘ ∠ = কগঘ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । (৫শুবা উঃ) ।

মতৌ অমুম্না, ঘখগ ∠ = ঘগখ ∠ ।

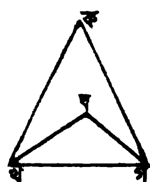
মথক্কী মায় মায়বা রাশীশিং অসি তিল্লশিল্লগা

অপূনবা কখঘ ∠ = কগঘ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। ৱাহং—খগ ভুমিগী নাকল অমতদা কখগ, ঘখগ সম-দ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে ; ৫শুবা উপপাদ্যগী পামবৈনা, কখঘ কোণ = কগঘ কোণ প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—খগ ভুমিগী নাকল অমতদা কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে।



কখঘ ∠ = কগঘ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । (৫গুবা উঃ)।

মতৌ অস্থুম্না ঘখগ ∠ = গঘখ ∠ ।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

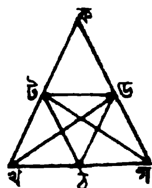
কখঘ ∠ = কগঘ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। মাহং—কখগ সমদ্বিমাহু ত্রিভুজগী কখ বাহু কগ বাহুগা মান্নে অমস্থুং ট, ঠ, ড মথং শিংদনা কখ, খগ গক বাহুগী ময়ায়থংবা বিন্দুনি,

(১) টঠ = ডঠ। (২) খড = গট।

(৩) কটঠ কোণ = কডঠ কোণ প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ, কগ মান্নবা বাহুনি ; ট, ঠ, ড মথংশিংদনা কখ, খগ অমস্থুং গক বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি। টঠ, ঠড, খড অমস্থুং গট শমজিন্নরে।

(১) টঠ = ডঠ ;

(২) খড = গট ;

(৩) কটঠ ∠ = কডঠ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ— (১) ট না কখগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খট = ½ কখ।

মতৌ অস্থুম্না গড = ½ কগ।

তৌইগুম্স্থুং কখ = কগ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খট = গড।

অহুগা ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খঠ = ঠগ ।

কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠,

হায়বদি টখঠ ∠ = ডগঠ ∠ ।

হৌজিক টখঠ, ডগঠ ত্রিভুজগী

খট = গড, (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

খঠ = ঠগ, (মরম অহুমক্কা) ।

অমস্তুং মস্তুং থংবা টখঠ ∠ = মস্তুং থংবা ডগঠ ∠ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নৈ । (৪শুবা উঃ) ।

∴ টঠ = ডঠ ।

(২) ডখগ, টগখ ত্রিভুজগী

গড = খট, (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

খগ মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি,

অমস্তুং মস্তুং থংবা ডগখ ∠ = মস্তুং থংবা টখগ ∠ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নৈ ।

∴ খড = গট ।

(৩) টড শমজিন্নৌ ।

ট না কখ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ কট = $\frac{1}{2}$ কখ ।

মতৌ অসুম্না কড = $\frac{1}{2}$ কগ ।

তৌইগুম্বস্নুং কখ＝কগ ;

∴ কট＝কড।

কটড ত্রিভুজগী

কট＝কড ;

∴ কটড ∠ ＝ কডট ∠ । (লেৱা উঃ)।

অমুক টঠড ত্রিভুজগী

ঠট＝ঠড ; (পমাণ তৌরে) ।

∴ ঠটড ∠ ＝ ঠডট ∠ । (লেৱা উঃ) ।

∴ অহানবগী মান্নবা কোণগী রাশীশিংগা অতোনবগী মান্নবা কোণগী রাশীশিংগা খিন্নশিল্লগা

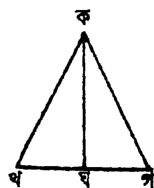
অপূনবা কটঠ ∠ ＝ অপূনবা কডঠ ∠ । অঃ উঃ হিঃ ।

(লোমাই ৩৫—৩৬)

১। ৱাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু অমসুং ভূমিগী ময়ায়গী বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অচুম্বনা

(১) মতোন থংবা কোণবু অনিথোক্না মান্ননা খায়দোকই, অমসুং (২) ভূমিগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু ক গা খগ ভূমিগী ময়ায়গী বিন্দু ঘ গা শমজিন্নরে।



(১) কঘ না খকগ ∠ বু তঙ্খাই তানা খায়দোকই, হায়বদি

খকঘ ∠ ＝ গকঘ ∠,

অমসুং (২) কঘ অসি খগ ভুমিদা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—(১) ঘ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি;

∴ খঘ = ঘগ।

অমুক, কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ।

হৌজিক কখঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

খঘ = ঘগ,

অমসুং কঘ মখোই অনিমক্কী চিন্নবা বাহুনি;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৭শুবা উঃ)।

∴ খকঘ ∠ = গকঘ ∠,

হায়বদি কঘ না মতোনগী খকগ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই।

(২) কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ কঘখ ∠ = কঘগ ∠।

মখোই অসি তাইনবা কোণ লৈক্লি;

∴ কঘ অসি খগ দা লম্ব ওই। (সংজ্ঞা)

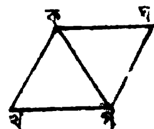
অঃ উঃ ছিঃ।

২। বাহং—কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজনি, কগ কর্ণ চিংদুনা

(১) কখগ কোণ = কঘগ কোণ;

(২) কগ কর্ণ না খকঘ, খগঘ কোণ অনি অসিগী তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগঘ সম্বাহু চতুর্ভুজনি, অমস্তুং কগ কর্ণ শমজিম্মরে।



(১) কখগ ∠ = কঘগ ∠,

অমস্তুং (২) কগ না খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংবু মাম্মনা থায়দোকই,

হায়বদি খকগ ∠ = ঘকগ ∠ অমস্তুং খগক ∠ = ঘগক ∠

হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—(১) কখগ, কঘগ ত্রিভুজগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ = ঘগ, (মরম অদুমক্কা)।

অমস্তুং কগ মখোই অনিমক্কী অিন্নবা বাহুনি;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুম্নমক মাম্মৈ। (৭শুবা উ:)।

∴ কখগ ∠ = কঘগ ∠ ।

(২) কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুম্নমক মাম্মৈ.

(প্রমাণ তৌখ্রে)।

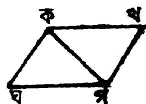
∴ খকগ ∠ = ঘকগ ∠,

অমস্তুং খগক ∠ = ঘগক ∠,

হায়বদি, কগ না খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংবু মাম্মনা অনি থোক্না থায়দোকই।

অ: উ: হি:।

৩। ৱাহং—কখগঘ চতুর্ভুজগী মায়োক্নবা বাহু পুম্নমক মাম্নরবদি হায়বদি কখ = গঘ অমস্তুং কঘ = খগ, অদু ওইরবদি কোণ কঘগ = কখগ কোণ, প্রমাণ তৌ।



পাওখুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ = গঘ অমসুং কঘ = খগ।

কঘগ ∠ = কখগ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কঘগ, কখগ ত্রিভুজগী

কখ = গঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কঘ = খগ, (মরম অদুমক্তা)।

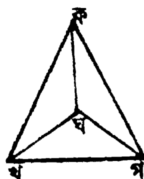
অমসুং কগ মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (৭শুবা উঃ)।

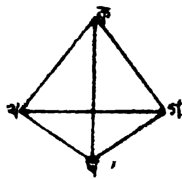
∴ কঘগ ∠ = কখগ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। **বাহং**—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসিমক খগ ভুমিগী মথক্তা লৈ। মখোই অসি ভুমিগী নাকল অমতদা নংত্রগা নাকল অনিমক্তা লৈবা য়াই। হায়রিবা মফম অনি অসিমক্তা কখঘ কোণ = কগঘ কোণ হায়বা অসি [৭শুবা উপপাদ্যগী পাৎৱনা] প্রমাণ তৌ।



(১)



(২)

পাওখুম—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসি ভুমিগী চিত্র (১) দা নাকল অমতদা অমসুং চিত্র (২) দা নাকল অনিমক্তা য়েকলে।

চিত্র খুদিংদা কখঘ ∠ = কগঘ ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কঘ শমজিন্নৌ। (চিত্র অনিমক্তা)।

প্রমাণ—কখঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কখ = কগ, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

ঘখ = ঘগ, (মন্নম অহুমন্না) ।

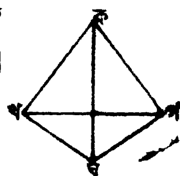
অমসুং কঘ মখোই অনিমক্কী ভিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্নে । (৭শুবা উঃ) ।

∴ কখঘ ∠ = কগঘ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫ । বাহং—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসি খগ ভুমিগী নাকল অনিদা লৈ ; কঘ শমজিন্নরগা মাচুনা খকগ, খঘগ কোণ অনি অসিবু অনিথোক্না চপমান্ননা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসি খগ ভুমিগী নাকল অনিমক্তা য়েক্লগা কঘ শমজিন্নরে ।

কঘ না খকগ অমসুং খঘগ কোণ খুদিংবু অনিথোক্না মান্নবা খায়দোকই, হায়বদি খকঘ ∠ = গকঘ ∠ অমসুং খঘক ∠ = গঘক ∠ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

ঘখ = ঘগ,

অমসুং কঘ মখোই অনিগী ভিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্নে । (৭শুবা উঃ) ।

∴ খকঘ ∠ = গকঘ ∠,

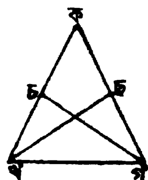
অমসুং খঘক ∠ = গঘক ∠,

হায়বদি কঘ না খকগ অমসুং খঘগ কোণ খুদিংবু তশ্বাই তানা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। বাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভুমিগী অরোইবা মচিলগী বিন্দু অনিগা মখোইগী মায়োক্লবা বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুগা শম্নহনবদা থোকপা লৈই অনি অদু অমগা অমগা মায়ৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিগী মচিলগী খ অমসুং গ বিন্দুগা কখ অমসুং কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু চ অমসুং ছ গা মথং-শিংনা শমজিন্নরে।



খছ = গচ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—ছ না কগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ কছ = ½ কগ।

মতৌ অমুম্না কচ = ½ কখ।

তৌইগুম্বসুং কখ = কগ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কছ = কচ।

হৌজিক কখছ, কগচ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

কছ = কচ, (প্রমাণ তৌখে)।

অমসুং মন্নুংথংবা চকছ অসি মখোই অনিগী তিন্নবা কোণনি ;

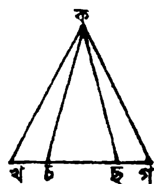
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ খছ = গচ।

অঃ উঃ হিঃ।

৭। ৱাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভুমিগী অরোইবা মচিল অনিদগী লাপ্পা চপ চপ মান্ননা বিন্দু অনি লৌরে, বিন্দু অনি অসি ত্রিভুজগী মতোন্দগীসু লাপ্পা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিগী অরোইবা মচিল খ অমসুং গ দগী লাপ্পা মান্ননা চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি লৌরে, হায়বদি খচ = গছ অমসুং কচ, কছ শমজিন্নরে।



চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি ক বিন্দুদগী লাপ্পা মান্নৈ, হায়বদি কচ = কছ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠, (৫শুবা উঃ)।

হায়বদি কখচ ∠ = কগছ ∠ ।

হৌজিক কখচ, কগছ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

খচ = গছ, (পীবগী মতুং ইন্না)

অমসুং মন্নুংথংবা কখচ ∠ = মন্নুংথংবা কগছ ∠ ;

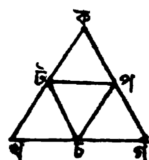
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ কচ = কছ,

হায়বদি চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি ক দগী লাপ্পা মান্নৈ।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। বাহৈং—সমত্রিভুজগী বাহু অহুমগী ময়ায়গী বিন্দু অহুম অদু শন্নহন্দুনা থোকপা ত্রিভুজ অদুসু সমত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ সমত্রিভুজগী ট, চ অমসুং প বিন্দু অসি মথংশিংনা কখ, খগ অমসুং গক বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু ওয়াক্রি; টচ, চপ অমসুং পট শমজিন্নরে।

টচপ অসি সমত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—ট না কখগী ময়ায়গী বিন্দুনি;

∴ খট = $\frac{1}{2}$ কখ।

মতৌ অমুম্না গপ = $\frac{1}{2}$ কগ।

তৌইগুমসুং কখ = কগ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খট = গপ।

অদুগা চ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি;

∴ খচ = গচ।

অমুক কখগ সমত্রিভুজগী

কখ = কগ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠,

হায়বদি টখচ ∠ = পগচ ∠।

হৌজিক টখচ, পগচ ত্রিভুজগী

খট = গপ, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

খচ = গচ, (মথম অতুমক্লা)।

অমসুং মমুংথংবা টখচ ∠ = মমুংথংবা পগচ ∠ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)

∴ টচ = চপ।

মতৌ অসুম্না টচ = টপ হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ;

∴ টচ = চপ = টপ।

∴ টচপ অসি সমত্রিভুজনি।

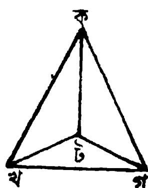
অঃ উঃ হিঃ

৯। মাহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ = কগ ; খ অমসুং গ কোণ অসি খট অমসুং গট না অনিথোক্লা চপমান্নবা খায়দোক্লে ; অদু ওইরবদি

(১) খট = গট ;

(২) কট না খকগ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ = কগ, অমসুং কখগ, কগখ কোণবু মথংশিংনা খট অমসুং গট না তঙ্খাই তানা খায়দোকই অমসুং কট শমজিন্নরে।



(১) খট = গট, অমসুং (২) কট না খকগ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ · (১) কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ (৫শুবা উঃ)।

অমুক টখগ ∠ = ½ কখগ ∠ (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং টগখ ∠ = ½ কগখ ∠ (মরম অদুমক')।

ꣻতৌই শুমসুং কখগ ∠ = কগখ ∠ (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ টখগ ∠ = টগখ ∠ ।

হৌজিক টখগ ত্রিভুজগী

টখগ ∠ = টগখ ∠ ;

∴ খট = গট । (৯শুবা উঃ)।

(২) কখট, কগট ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

খট = গট, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অমসুং কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

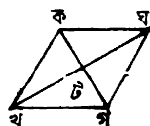
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (৭শুবা উঃ)।

∴ খকট ∠ = গকট ∠,

হায়বদি কট না খকগ কোণবু তখাই তানা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

১০। ৱাহং—সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অদু অমনা অমগী লম্বনি অমসুং তখাই তানা খায়নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কগ, খঘ কর্ণ অনি চিংবদা ট বিন্দুদা কক্লে।

কগ, খঘ অনি অসি অমনা অমগী লম্বনি অমসুং তখাই তানা খায়দোকনৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ, কঘগ ত্রিভুজগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ = গঘ, (মরম অদুমক্তা)।

অমসুং কগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৭শুবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ = ঘকগ ∠,

হায়বদি খকট ∠ = ঘকট ∠ ।

অমুক, খকট, ঘকট ত্রিভুজগী

কখ = কঘ,

কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মন্নুংথংবা খকট ∠ = মন্নুংথংবা ঘকট ∠ ;

(প্রমাণ তৌখে,)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ খট = ঘট ।

মতৌ অসুম তৌনা কট = গট হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কগ অমসুং খঘ অনি অসি অমনা অমবু অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকনৈ।

অমুক হন্না, খকট, ঘকট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ ; (প্রমাণ তৌখে,)।

∴ কটখ ∠ = কটঘ ∠ ।

মখোই অসি তাইনবা কোণ ওইরি ;

∴ মখোই খুদিংমক সমকোণ অমমমনি। (সংজ্ঞা)।

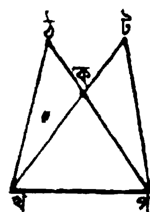
∴ কট অসি খঘ দা লম্ব ওই,

হায়বদি কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি অমনা অমগী লম্ব ওই।

অঃ উঃ হিঃ।

১১। বাহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মায় মায়বা খক অমসুং গক বাহু অনি অসি ক মতোনগী মপান্দা ট অমসুং ঠ বিন্দু ফাওবা শাংদোকহল্লে। কট গা কঠ গা মায়না লোয়বদি ঠখ, টগ মাম্নে হায়বা তাকউ।

পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মায়বা খক, গক বাহুবু ক বিন্দুগী মপান্দা মথংশিংনা ট অমসুং ঠ বিন্দু ফাওবা কট, কঠ মায়-বা শাংদোকহল্লে অমসুং ঠখ, টগ শমজিল্লে।



ঠখ = টগ হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

প্রমাণ—কঠখ, কটগ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

কঠ = কট,　　(মরম অদুমক্তা)।

অমসুং মমুংথংবা খকঠ ∠ = মমুংথংবা গকট ∠ ;

(প্রতীপ কোণ ওইবনা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মাম্নে।　　(৪শুবা উঃ)।

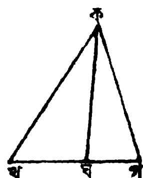
∴ ঠখ = টগ।

অঃ উঃ হিঃ।

(লামাই ৪২)

১। য়াহং—ক গা খগ ভুমিগী করিগুম্বা বিন্দু অমগা শমজিন্নরগা অহানবা অমুমাণ অদু প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী ক গা খগ ভুমিগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা ঘ বিন্দুগা শমজিন্ন'র।



কখগ, কগখ কোণ অনি অসিগী অপূনবনা সমকোণ অনিদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ— কখঘ ত্রিভুজগী খঘ বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাং-দোকই ;

$\therefore$ মপানগী কঘগ $\angle >$ মনুংগী লাপ্পবা কখঘ $\angle$,

হায়বদি কখগ $\angle$। (৮শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম্না কগঘ ত্রিভুজগী

মপানগী কঘখ $\angle >$ মনুংগী লাপ্পবা কগঘ $\angle$,

হায়বদি কগখ $\angle$। (৮শুবা উঃ)।

মথক্কী কোণগী য়াম্নীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

কঘগ $\angle +$ কঘখ $\angle >$ কখগ $\angle +$ কগখ $\angle$।

তৌইগুম্বসুং কঘ গা খগ গা ঘ বিন্দুদা তিন্নদুনা কঘগ, কঘখ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

$\therefore$ কঘগ $\angle +$ কঘখ $\angle =$ সম $\angle$ অনি। (১বা উঃ)।

$\therefore$ কখগ, কগখ কোণ অনি অসিগী অপূনবনা সমকোণ অনিদগী হেন্না পিকলে।

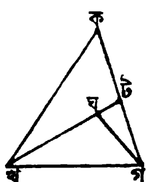
অঃ উঃ হিঃ।

২। **ৱাহং—**কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা ঘ অসি বিন্দু অমনি। খঘ অমসুং গঘ শমজিন্নরে। হৌজিক্তি,

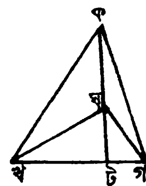
(১) খঘ বু কগ ফাওবা শাংদে কহল্লগা,

(২) কঘ শমজিন্নরগা, অমসুং মাচুবু ভুমিগী মাইকৈরোমদা শাংদোকহল্লগা খকগ কোণদগী খঘগ কোণনা হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা ঘ কৱিগুম্বা বিন্দু অমনি; খঘ অমসুং গঘ শমজিন্নরে।



(১)



(২)

খঘগ কোণনা খকগ কোণদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

চিত্র (১) দা খঘ বু শাংদোকহনবনা কগ বু ট বিন্দুদা উনৈ।

প্রমাণ—কখট ত্রিভুজগী কট বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাংদোকলি;

∴ মপানগী গটঘ ∠ > মনুংগী লাপ্পবা খকট ∠,

হায়বদি খকগ ∠। (৮শুবা উঃ)।

অমুক, গটঘ ত্রিভুজগী টঘ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি;

∴ মপানগী খঘগ ∠ > মনুংগী লাপ্পবা গটঘ ∠।

(৮শুবা উঃ)।

∴ খঘগ ∠ > খকগ ∠।

চিত্র (২) দা কঘ বু শাংদোকহনবদা খগ বু ট বিন্দুদা উনৈ।

প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী কঘ বাহু অসি ট বিন্দু ফাওবা শাং-
দোকলি ;

∴ মপানগী খঘট ∠ > মনুংগী লাপ্পবা খকঘ ∠ ।

(৮শুবা উঃ)

মতৌ অমুন্না গঘট ∠ > গকঘ ∠ ।

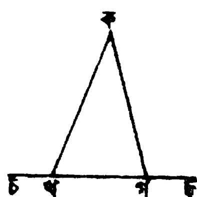
মথক্কী কোণগী রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

খঘট ∠ + গঘট ∠ > খকঘ ∠ + গকঘ ∠,

হায়বদি খঘগ ∠ > খকগ ∠ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অমা মাইকৈ অনিমক্তা শাং-
দোকহল্লগা থোকপা মপানগী কোণ অনি তিন্নশিনবনা সমকোণ
অনিদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহুবু
মাইকৈ অনিমক্তা চ অমসুং ছ বিন্দুদা শাং-
দোকহল্লে ।

মপানগী কখচ কোণ অমসুং কগছ কোণ
অপুনবনা সমকোণ অনিদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখ গা চগ গা খ বিন্দুদা তিন্নচুনা তাইনবা কখচ, কখগ
কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কখচ ∠ + কখগ ∠ = সম ∠ অনি । (১বা উঃ) ।

তৌইগুম্বসুং, কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহু অসি ছ বিন্দু ফাওবা
শাংদোকলি ;

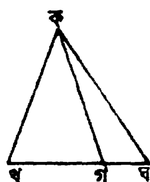
∴ মপানগী কগছ ∠ > মনুংগী লাপ্নবা কখগ ∠ ।

(৮শুবা উঃ) ।

∴ কখচ ∠ + কগছ ∠ > সম ∠ অনি ।

অঃ উঃ ছিঃ

৪। বাহং—করিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমগী মপান্দা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী লৈই অদু ফাওবা শাংবা চপ মান্নবা লৈই অচুম্বা অনিদগী হেন্না চিংবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—খঘ অপৌবা লৈই অচুম্বদা মপানগী ক বিন্দুদগী শাংবা মান্নবা কখ, কগ লৈই অচুম্বা অনি চিংলে।

ক দগী খঘ লৈই অচুম্বদা কখ অমদি কগ গা শাংবা মান্নবা অহুমশুবা লৈই চিংবা য়ারোই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—য়ারবদি কখ অমদি কগ গা শাংবা মান্নবা কঘ লৈই অচুম্বা অসি ক দগী খঘ গী মথক্তা চিংসি।

কখগ ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । (৫শুবা উঃ) ।

অমুক কখঘ ত্রিভুজগী

কখ = কঘ ; (নিংবগী মতুং ইন্না) ।

∴ কখঘ ∠ = কঘখ ∠, (৫শুবা উঃ) ।

হায়বদি কখগ ∠ = কঘগ ∠ ।

∴ কগখ ∠ = কঘগ ∠ ।

তৌইগুম্সমুং কঘগ ত্রিভুজগী ঘগ বাহুবু খ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লগা থোক্লিবা

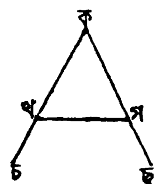
মপানগী কগখ ∠ > মনুংগী লাপ্লবা কঘগ ∠ ।

(৮শুবা উঃ)।

∴ কগখ ∠ = কঘগ ∠ হায়বসি ওইথোক্তে ।

∴ ক দগী কখ অমসুং কগ মান্নবা লৈই অচুম্বা অনি অসিদগী হেনবা অহুমশুবা মান্নবা লৈই অচুম্বা অমা খঘ দা চিংবা য়াদে ।   অঃ উঃ হিঃ ।

৫। ৱাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্নবা বাহু অনি অদু শাংদোকহল্লগা থোকপা মপানগী কোণ খুদিংমক স্থূল কোণ ওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্নবা কখ, কগ বাহু অনি অসি মথংশিংনা চ অমসুং ছ বিন্দু ফাওবা শাংদোকলে ।

চখগ, ছগখ কোণ খুদিংনা স্থূল কোণ ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী কখগ ∠ + কগখ ∠ < সম ∠ অনি ।

(৮শুবা উঃ গী ১বা অনুমান)।

অমুক কখগ ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ ।   (৫শুবা উঃ)।

∴ কখগ, কগখ কোণ খুদিংনা সমকোণদগী হেন্না পিকলে ।

অদুগা কচ গা গখ গা খ বিন্দুদা তিন্নদুনা কখগ, চখগ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোক্লে ;

∴ কখগ ∠ + চখগ ∠ = সম ∠ অনি। (১বা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং কখগ ∠ < সম ∠ অমা। (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ চখগ ∠ > সম ∠ অমা,

হায়বদি চখগ ∠ অসি স্থূল কোণ ওই।

মখোই অসুম্না ছগখ ∠ অসিসু স্থূল কোণ ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

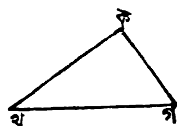
অঃ উঃ হিঃ।

(লামাই ৪৭—৪৯)

১। ৱাহং—সমকোণী ত্রিভুজগী কর্ণনা খ্বাইদগী হেন্না চাওবা বাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী খকগ কোণ অসি সমকোণনি।

খগ না খ্বাইদগী হেন্না চাওবা বাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।



প্রমাণ—কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী

খকগ ∠ + কগখ ∠ < সম ∠ অনি। (৮শুবা উঃ গী ১বা অনুমান)।

তৌইগুম্বসুং খকগ ∠ = সম ∠ অমা। (পীবগী মতুং ইন্না।

∴ কগখ ∠ < সম ∠ অমা।

∴ খকগ ∠ > কগখ ∠।

হৌজিক কখগ ত্রিভুজগী

খকগ ∠ > কগখ ∠ ;

∴ খগ > কখ ।   (১০শুবা উঃ) ।

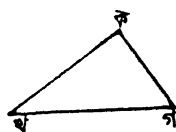
মতৌ অসুম্না খগ বাহুনা কগ বাহুদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

∴ কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী খগ কর্ণনা খ্বাইদগী চাওবা বাহুনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২ । ষাহং—ত্রিভুজগী খ্বাইদগী চাওবা বাহুনা অতোপ্পা বাহুশিংগা লোইননা সূক্ষ্ম কোণ ঙাক থোকহল্লি হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ না খ্বাইদগী হেন্না চাওবা বাহুনি ।



কখগ, কগখ কোণ খুদিংনা সূক্ষ্ম কোণ ঙাক্না ওইগনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

খগ > কগ ;

∴ খকগ ∠ > কখগ ∠ ।   (৯শুবা উঃ) ।

অদুগা খকগ ∠ + কখগ ∠ < সম ∠ অনি ।   (৮শুবা উঃ গী ১বা অনুমান) ।

∴ কখগ ∠ < সম ∠ অমা ।

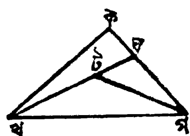
∴ কখগ অসি সূক্ষ্ম কোণ ওই ।

মতৌ অসুম্না কগখ কোণ অসিসু সূক্ষ্ম কোণ ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। **বাহংং—**ত্রিভুজগী বাহু অমগী অরোইবা মচিল অনি-দগী ত্রিভুজ অতুগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমদা লৈই অচুম্বা অনি চিংলবদি হায়রিবা লৈই অচুম্বা অনি অতু তিনশিনবনা ত্রিভুজ অতুগী অতোপ্পা বাহু অনি অতুগী তিন্নশিনবদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহুগী অরোইবা মচিল খ অমসুং গ দগী ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা ট বিন্দুদ খট, গট লৈই অনি চিংলে।



খট, গট অনিগী অপূনবনা খক, কগ অনিগী অপূনবদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খট শাংদোকপনা গক বু ঘ বিন্দুদ উনহল্লু।

প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী

খক + কঘ > খঘ, (১১শুবা উঃ)।

হায়বদি খক + কঘ > খট + টঘ।

অমুক, টঘগ ত্রিভুজগী

টঘ + ঘগ > গট (১১শুবা উঃ)।

অহানবগী রাশীশিং অসিগা অকোনবগী রাশীশিং অসিগা তিনশিল্লগা

খক + কঘ + টঘ + ঘগ > খট + টঘ + গট।

রাশী অনিমক্তগী টঘ লৌথোক্লগা

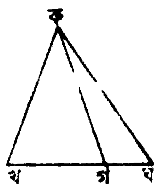
খক + কঘ + ঘগ > খট + গট,

হায়বদি খক + কগ > খট + গট।

অতোপ্পা য়াহৈদা খট + গট < খক + কগ।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। য়াহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিবু শাংহনবিংবা মথৈ শাংহন্দুনা ঘ বিন্দু ফাওবা শংদোকহল্লবদি কঘ লৈইনা ত্রিভুজগী মান্নবা বাহু খুদিংমক্তগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমি অসি করিগুম্বা ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকহল্লে অমসুং কঘ শমজিন্নরে।

কঘ না মান্নবা বাহু কখ অমদি কগ দগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কঘগ ত্রিভুজগী ঘগ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি;

∴ মপানগী কগখ ∠ > মনুংগী লাপ্পবা কঘগ ∠,

(৮শুবা উঃ)।

অমুক কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠। (৫শুবা উঃ)।

∴ কখগ ∠ > কঘগ ∠,

হায়বদি কখঘ ∠ > কঘখ ∠।

হৌজিক কখঘ ত্রিভুজগী

কখঘ ∠ > কঘখ ∠ ;

∴ কঘ > কখ। (১০শুবা উঃ)।

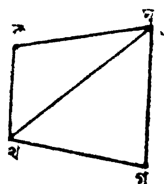
অদুগা অসুম্বগা কখ = কগ (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কঘ > কগ।

অঃ উঃ ভিঃ।

৫। বাহং—করিগুম্বা চতুর্ভুজ অমগী খ্বাইদগী চেন্না পিকপা অমসুং খ্বাইদগী চেন্না চাওবা বাহু অনি অদু মায়োক্নরবদি, খ্বাইদগী চেন্না পিকপা বাহুগী নক্নবা কোণ অনি অদু মহাক মহাক মায়োক্নবা কোণদগী চেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী খ্বাইদগী চাওবা গঘ বাহুগা খ্বাইদগী পিকপা কখ বাহুগা মায়োক্নরে



কখগ কোণনা কঘগ কোণদগী অমসুং খকঘ কোণনা খগঘ কোণদগী চেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খঘ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী

কঘ > কখ ; [∵ কখ না খ্বাইদগী পিকপা বাহুনি]

∴ কখঘ ∠ > কঘখ ∠ । (৯ শুবা উঃ)।

অমুক হন্না, খগঘ ত্রিভুজগী

গঘ > খগ ; [∵ গঘ না খ্বাইদগী চাওবা বাহুনি]

∴ গখঘ ∠ > গঘখ ∠ । (৯শুবা উঃ)।

অহান্নবগী কোণগী ৱাশীশিং অসিদা অকোনবগী কোণগী ৱাশীশিং অসি তিন্নশিল্লবদি

কখঘ∠ + গখঘ∠ > কঘখ∠ + গঘখ∠,

হায়বদি কখগ∠ > কঘগ∠ ।

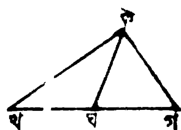
মতৌ অসুম তৌদুনা কগ শমজিন্নরগা

খকঘ∠ > খগঘ∠ হায়না প্রমাণ তৌবা য়াই ।

অ: উ: ৫: ।

৬। ৱাহং—কখগ ত্রিভুজগী কগ বাহু কখ বাহুদগী হেন্না চাওদে, ত্রিভুজ অদুগী মনুংদা ক মতোনগী খগ ভুমি ফাওবা করিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমা চিংলবদি মাদু কখ দগী হেন্ন [illegible] হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কগ বাহুনা কখ বাহুদগী হেন্না চাওদে, অমসুং মতোনগী বিন্দু ক দগী খগ ভুমিগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা ঘ বিন্দুগা শমজিন্নরে।



কঘ না কখ দগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কগ না কখ দগী হেন্না চাওদে ;

∴ কখগ কোণনা কগখ কোণদগী হেন্না চাওদে ;

(৯ শুবা উ:) ।

হায়বদি কখঘ কোণনা কগঘ কোণদগী হেন্না চাওদে ।

অমুক কগঘ ত্রিভুজগী গঘ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি ;

∴ মপানগী কঘখ ∠ > মনুংগী লাপ্পবা কগঘ ∠ ।

(৮শুবা উঃ) ।

∴ কঘখ ∠ > কখঘ ∠ ।

হৌজিক কখঘ ত্রিভুজগী

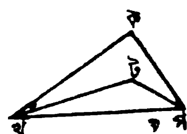
কঘখ ∠ > কখঘ ∠ ;

∴ কখ > কঘ,

হায়বদি কঘ < কখ । অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহং—টখ, টগ লৈই অনি অসি কখগ, কগখ কোণ অনি অসিগী তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি। কখ বাহুনা কগ বাহুদগী হেন্না চাওরবদি, টখ লৈইনা টগ দগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী টখ, টগ না কখগ, কগখ কোণয় তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনি, অমসুং কখ না কগ দগী হেন্না চাওই।



টখ না টগ দগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখ না কগ দগী হেন্না চাওই ;

∴ কগখ ∠ > কখগ ∠ । (৯শুবা উঃ) ।

তৌইগুম্বসুং, টগখ ∠ = ½ কগখ ∠, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

অমসুং টখগ ∠ = ½ কখগ ∠ ; (মরম অদুমক্তা) ।

∴ টগখ ∠ > টখগ ∠ ।

হৌজিক টখগ ত্রিভুজগী

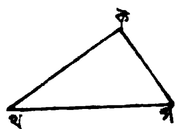
টগখ ∠ না টখগ ∠ দগী হেন্না চাওই ;

∴ টখ না টগ দগী হেন্না চাওই। (১০শুবা উঃ)।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। ৱাহং— ত্রিভুজগী বাহু অনি খাইদোক্লবনা অহুমশুবা বাহুদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজ অমনি।



কখগ ত্রিভুজগী বাহু অনি খাইদোক্লবনা অহুমশুবা বাহুদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কগ না খ্‌াইদগী পিকপা অমসুং খগ না খ্‌াইদগী চাওবা বাহু ওইরবদি, খগ দগী কখ খা'দোকপনা কগ দগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌরগা অহু মঙাই।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখ+কগ > খগ। (১১শুবা উঃ)।

নাকল অনিমক্তগী কখ লৌথোক্লবদি

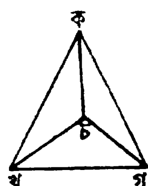
কখ+কগ—কখ > খগ—কখ,

হায়বদি কগ > খগ—কখ।

অমসুং অতোপ্পা ৱাহৈদা খগ—কখ < কগ।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। বাহং—ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী ত্রিভুজগী কোণগী বিন্দু অহুম ফাওবগী অরাপ্পা অহুম তিমশিল্লগা থোকপনা ত্রিভুজগী সীমাফলগী (অকোইবগী) তঙ্খাইদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা চ বিন্দুদগী চক, চখ অমসুং চগ লৈই অচুম্বশিং অসি চিংলে।

চক, চখ অমসুং চগ অহুমগী অপূনবন কখ, খগ অমসুং গক গী অপূনবগী তঙ্খাইদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কচখ ত্রিভুজগী চক+চখ > কখ ;
খচগ ত্রিভুজগী চখ+চগ > খগ ;
অমসুং গচক ত্রিভুজগী চগ+চক > গক। } (১১শুবা উঃ)।

মথক্কী রাশীশিং অসি তিমশিল্লগা

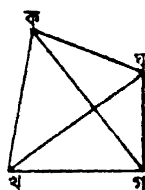
চক২+চখ২+চগ২ > কখ+খগ+গক।

অমুক রাশীশিং অসিবু ২না য়েনথোক্লগা

চক+চখ+চগ > $\frac{১}{২}$ (কখ+খগ+গক)।

অঃ উঃ হিঃ।

১০। বাহং—চতুর্ভুজগী সীমাফল (অকোয়বা) না কর্ণ অনিগী তিনশিনবদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ অসি চতুর্ভুজ অমনি, অমস্নুং মসিগী কগ অমস্নুং খঘ কর্ণ শমজিল্লরে।

কখ, খগ, গঘ অমস্নুং ঘক গী তিন-শিনবনা কগ অমস্নুং খঘ গী তিনশিনবদগী হেল্লা চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী কখ + খগ > কগ ;
খগঘ ত্রিভুজগী খগ + গঘ > খঘ ;
গঘক ত্রিভুজগী গঘ + ঘক > কগ ;
অমস্নুং ঘকখ ত্রিভুজগী ঘক + কখ > খঘ। } (১১শুবা উঃ)।

মথক্কী রাশী পুম্নমক অসি তিল্লশিল্লগা,

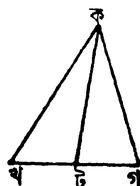
কখ২ + খগ২ + গঘ২ + ঘক২ > কগ২ + খঘ২।

অমুক রাশীশিং অসিবু ২না হল্লোক্লগা

কখ + খগ + গঘ + ঘক > কগ + খঘ।

অঃ উঃ হিঃ।

১১। **বাহং**—কখগ ত্রিভুজগী খকগ কোণবু তশ্নাই তানা খায়বা লৈইনা খগ বাহুবু ট বিন্দুদা কক্লরে। খক বাহুনা খট বাহুদগী অমস্নুং গক বাহুনা গট দগী হেল্লা চাওই হায়বা অসি প্রমাণ তৌ। অসিদগী ১১শুবা উপপাদ্যগী প্রমাণ অমা পুথোকউ।



পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কট না খকগ কোণবু তশ্নাই তানা খায়বা অমস্নুং খগ বাহুবু ট বিন্দুদা ককপা লৈই অচুম্বনি।

খক বাহুনা খট দগী অমস্নুং গক বাহুনা গট দগী হেল্লা চাওই হায়বা প্রমাণ

তৌগদবনি, অমসুং মসিদগী ১১ শুবা উপপাদ্যগী থক অমসুং গক তিনশিনবনা অহুমশুবা থগ বাহুদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ- কগট ত্রিভুজগী গট বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাং-
দোকনি ;

∴ মপানগী কটথ ∠ > মনুংগী ওন্নবা গকট ∠ ।

(৮শুবা উঃ) ।

তৌইশুমসু কট না থকগ কোণবু তখাই তানা খায়বা লৈইনি ;

∴ থকট ∠ = গকট ∠ ।

∴ কটথ ∠ > থকট ∠ ।

হৌজিক থকট ত্রিভুজগী মনুংদা

কটথ ∠ > থকট ∠ ;

∴ থক > থট । (৯শুবা উঃ) ।

মতৌ অমুম তৌদুনা গক না গট দগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

অমুক হন্না থক > থট ;

অমসুং গক > গট ।

য়াশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

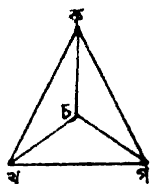
থক + গক > থট + গট হায়বদি থগ ।

∴ কথগ ত্রিভুজগী থক + গক > থগ হায়বসি ১১ শুবগী অতোপ্পা প্রমাণ ওইরে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১২। **ৱাহৈ**—ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী ত্রিভুজগী কোণগী বিন্দু অহুম ফাওবগী অরাপ্পা অদু তিন্নশিল্লগা থোকপা অদুনা ত্রিভুজগী অকোয়বা অদুদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—চ বিন্দু অসি কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমনি ; চক, চখ অমসুং চগ শমজিন্নরে।



$$চক+চখ+চগ < কখ+খগ+গক$$

হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—$চখ+চগ < কখ+গক$;
$চগ+চক < কখ+খগ$;
অমসুং $চক+চখ < খগ+গক$ ।
(মথক্কী নৈননবা মাহং ১৩ গী প্রমাণ যেংথো)।

মথক্কী রাশীশিং অসি পুন্নমক তিন্নশিল্লগা

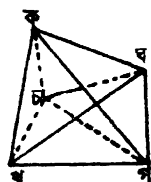
$$চক^2+চখ^2+চগ^2 < কখ^2+খগ^2+গক^2$$ ।

রাশীশিং অসিবু ২না যেনথোক্লগা

$$চক+চখ+চগ < কখ+খগ+গক$$ ।

অঃ উঃ হিঃ।

১৩। **ৱাহৈ**—চতুর্ভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী কোণগী বিন্দু মরি অদুগী অরাপ্পা অদু তিন্নশিনবনা কর্ণ অনি তিন্নশিনবদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ ; অদুগা করম্বা মফমদা ওইরোইদগে হায়বসু উৎলু।



পাওথুম—চ অসি কখগঘ চতুর্ভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমনি ; চক, চখ, চগ অমসুং চঘ শমজিন্নরে, অদুগা কগ অমসুং খঘ কর্ণ শমজিন্নরে।

চক, চখ, চগ অমসুং চঘ গী ভিন্নশিনবনা কগ অমসুং খঘ গী ভিন্নশিনবদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কচগ ত্রিভুজদা

চক+চগ > কগ (১১শুবা উঃ)।

অমুক খচঘ ত্রিভুজদা

চখ+চঘ > খঘ। (১১শুবা উঃ)।

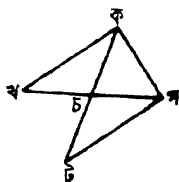
মথক্কী রাশীশিং অসি তিন্নশিন্নগা

চক+চখ+চগ+চঘ > কগ+খঘ।

চ বিন্দুনা কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসিগী করুকফমদা লৈরম্লবদি মথক্কী প্রমাণ অসি ওইরমলোই।

অঃ উঃ হিঃ।

১৪। **বাহং**—ত্রিভুজ অমদা বাহু অনিগী অপুনবনা অহুমশুবা বাহুবু তশ্বাই তানা থায়বা মাধ্যিকাগী শরুক অনিদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কচ অসি কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহুবু তশ্বাই তানা থায়বা মাধ্যিকানি।

খক অমসুং কগ ভিন্নশিনবনা কচ গী শরুক অনিদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কচ বু করিগুম্বা ট বিন্দু ফাওবা কচ গা চট গ মান্ননবা শাংদোকউ ; অমসুং গট শমজিল্লো।

প্রমাণ—কচখ অমসুং গচট ত্রিভুজ অনি অসিদা

খচ = গচ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কচ = টচ, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং মরক্তা লৈবা কচখ ∠ = মরক্ত' লৈবা গচট ∠

(পতীপ কোণ ওইবা মরম্না)

∴ কচখ অমসুং গচট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নে।

(৪শুবা উঃ)।

∴ খক = গট।

অমুক কগট ত্রিভুজদা

কগ + গট > কট। (১১শুবা উঃ)।

তোইগুম্বসুং কগ + গট = কগ + খক,

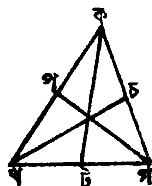
অমসুং কট = কচ + টচ = কচ২।

∴ খক + কগ > কচ২।

অঃ উঃ হিঃ।

১৫। য়াহং—ত্রিভুজ অমদা মাধ্যিকাশিংগী তিন্নশিনবনা ত্রিভুজগী সীমাফমদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজদা কট, খচ অমসুং গপ হায়বা মাধ্যিকা অহুম অসি চিংলে।



কট, খচ অমসুং গপ তিনশিনবনা কখ, খগ অমসুং গক তিনশিনবদগী হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজদা কট, খচ অমসুং গপ অসি মাধ্যিকী ঙাকনি

∴ কখ + গক > কট২,
কখ + খগ > খচ২,
অমসুং খগ + গক > গপ২ ।

(মথক্কী নৈননবা বাহংদা প্রমাণ তোখ্রে) ।

মথক্কী রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

কখ২ + খগ২ + গক২ > কট২ + খচ২ + গপ২ ।

অমুক রাশী পুম্নমকপু ২না .য়ন্থোক্লগা

কখ + খগ + গক > কট + খচ + গপ,

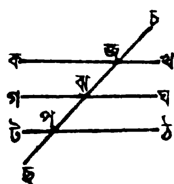
হায়বদি অতোপ্পা বাহৈদা

কট + খচ + গপ < কখ + খগ + গক ।

(লামাই ৫৭–৫৯)

১। **বাহং**—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা খুদিংনা টঠ লৈই অচুম্বদা সমান্তর ওই, অদুগা চছ লৈই অচুম্বনা কখ, গঘ অমসুং টঠ বু মথংশিংনা জ, ঝ অমসুং প বিন্দুদা ককপদা চজখ ∠ = ৫৫°, ওইরবদি জঝগ, ঝপঠ অমসুং ঠপছ কোণগী ডিগ্রি কয়ানো লেপউ ।

পাওথুম— কখ, গঘ লৈই অচুম্বা খুদিংনা টঠ লৈই অচুম্বদা সমান্তর ওই ; অমসুং চছ লৈই অচুম্বনা কখ, গঘ অমসুং টঠ বু মথং-শিংনা জ, ঝ অমসুং প বিন্দুদা ককপদা চজখ ∠ = ৫৫° ।



জঝগ, ঝপঠ অমসু ঠপছ কোণশিং অসগী (প্রমাণ তৌদুনা) ডিগ্রি লেপকদবন।

প্রমাণ—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা খুদিংনা টঠ দা সমান্তর ওই ;

∴ কখ গা গঘ গা সমান্তর ওইরে। (১৫শুবা উঃ)।

চজখ ∠ = কজঝ প্রতীপ ∠। (৩শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসু চজখ ∠ = ৫৫ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কজঝ ∠ = ৫৫°।

কখ, গঘ সমান্তর ওই, অমসুং চছ না মখোইবু জ অমসুং ঝ বিন্দুদা কক্লি ;

∴ মমুংগী নাকল অমত্তগী কজঝ ∠ + জঝগ ∠ = ১৮০।

(১৪শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং কজঝ ∠ = ৫৫° ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ জঝগ ∠ = ১৮০° − ৫৫° = ১২৫।

অমুক হন্না কখ, টঠ সমান্তর ওইনৈ, অমসুং চছ না মখোইবু জ অমসুং প বিন্দুদা কক্লি ;

∴ মপানগী চজখ ∠ = মমুংগী লাপ্পবা ঝপঠ ∠। (১৪শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং চজখ ∠ = ৫৫° ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ঝপঠ ∠ = ৫৫°।

অদুগা ঠপ গা ঝছ গা প বিন্দুদা তিন্নদুনা ঝপঠ, ঠপছ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ ঝপঠ ∠ + ঠপছ ∠ = ১৮০°। (১বা উঃ)।

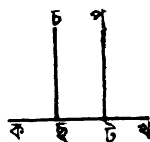
তৌইগুম্বসুং ঝপঠ ∠ = ৫৫°। (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ ঠপছ ∠ = ১৮০° − ৫৫° = ১২৫°

অঃ উঃ হিঃ।

২। বাহং—লৈই অচুম্বা অমগী মথক্তা লম্ব ওইবা লৈই অচুম্বশিং অত্থু অমগা অমগা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—চছ, পট লৈই অচুম্বা দিংনা কখ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওই।



চছ, পট লৈই অচুম্বা অনি অসি অমগা অমগা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—চছ লৈই অচুম্বনা কখ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওই;

∴ চছট ∠ = সম ∠ অমা।

মতৌ অস্তুম্না পটছ ∠ = সম ∠ অমা।

∴ চছট ∠ + পটছ ∠ = সম ∠ অনি।

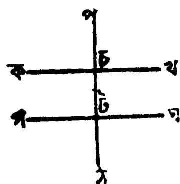
হৌজিক চছ অমসুং পট লৈই অচুম্বা অনিবু কখ লৈই অচুম্বনা ছ অমসুং ট বিন্দুদা ককলে; অমসুং মমুংগী

চছট ∠ + পটছ ∠ = সম ∠ অনি; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ চছ অমসুং পট লৈই অচুম্বা অনি অসি অমগা অমগা সমান্তর ওইরে। (১৩শুবা উঃ)।

অঃ উঃ হিঃ।

৩। বাহং—লৈই অচুম্বা অমনা অনি অমসুং অদুদগী হেনবা সমান্তর ওইনবা লৈই অচুম্বা কয়ামক্রমবু ককপদা অমদা লম্ব ওইরবদি, অতোপ্পা লৈই অচুম্বশিং অদুদসু লম্ব ওইগনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখ অমসুং গঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি অমগা অমগা সমান্তর ওইনৈ, অমসুং পঠ লৈই অচুম্বনা মখোই অনিবু মথং শিংনা চ অমসুং ট বিন্দুদা ককপদা পঠ অসি গঘ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওই।

পঠ অসি কখ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখ অমসুং গঘ সমান্তর ওইনবা লৈইনি অমসু, পঠ না মখোইবু চ অমসুং ট বিন্দুদা ককলে;

∴ মপানগী পচখ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা ∠ চটঘ। (১৪শুবা উঃ)।

তৌইশুম্বসু, পঠ অসি গঘ দা লম্ব ওই; (পীবগী মতুং ইন্না)

∴ চটঘ ∠ = সমকোণ অমা। (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না)।

∴ পচখ ∠ = সম ∠ অমা।

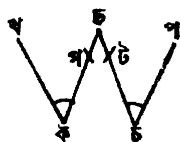
∴ পঠ অসি কখ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওই।

মতৌ অসুম তৌদুনা অনিদগী হেনবা সমান্তর লৈই অচুম্ব-শিংদসু প্রমাণ তৌবা য়াই।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। ৱাহং—কোণ অনিগী বাহুশিং অমু মথংশিংনা সমান্তর ওইরবদি, কোণশিং অমু মায়গনি নত্রগা পরিপূরক ওইনগনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—(১) খকগ কোণগী কখ অমসুং কগ বাহু অনি অসি মথংশিংনা টচপ কোণগী চট অমসুং চপ বাহু অনিগা সমান্তর ওইনৈ।



খকগ অমসুং টচপ কোণ অনি অসি মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কগ অমসুং চট শাংদোকহনবদা ছ বিন্দুদা উনহল্লু।

প্রমাণ—কখ গা চট গা হায়বদি চছ গা সমান্তর ওই, অমসুং কছ না মখোইবু ক অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে;

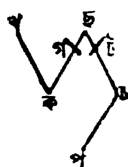
∴ খকগ ∠ = একান্তর কছচ ∠ । (১৪শুবা উঃ)।

অমুক কগ হায়বদি কছ গা চপ গা সমান্তর ওই অমসুং চছ না মখোইবু ছ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে;

∴ কছচ ∠ = একান্তর ছচপ ∠ । (১৪শুবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ = ছচপ ∠ হায়বদি টচপ ∠ ।

(২) খকগ কোণগী কখ অমসুং কগ বাহু অনি অসি মথংশিংনা টচপ কোণগী চট অমসুং চপ বাহু অনিগা সমান্তর ওইনৈ।



খকগ অমসুং টচপ কোণ অনি অসি পরিপূরক ওইনৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কগ অমসুং চট শাংদোকহনবদা ছ বিন্দুদা উনহল্লু।

প্রমাণ—কখ অমসুং চট হায়বদি চছ অনি অসি সমান্তর ওই অমসুং কছ না মখোইবু ক অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে;

∴ খকগ ∠ = একান্তর কছচ ∠ । (১৪শুবা উঃ) ।

অমুক কগ হায়বদ কছ অমসুং পচ সমান্তর ওই, অমসুং চছ না মখোইবু ছ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে ;

∴ মথুংগী কছচ ∠ + ছচপ ∠ = সমকোণ অনি, (১৪শুবা উঃ),

হায়বদি কছচ ∠ + টচপ ∠ = সম ∠ অনি ।

তৌইশুবসুং খকগ ∠ = কছচ ∠ , (প্রমাণ তৌখে,) ।

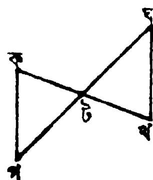
∴ খকগ ∠ + টচপ ∠ = সম ∠ অনি ;

হায়বদ খকগ অমসু টচপ কোণ অনি অসি পরিপূরক ওই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। ম্রাহং—কথ অমসুং গঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি অমগা অমগা ট বিন্দুদা ম ম্নবা অনি থাক্লা খায়দোকনৈ । কগ অমসুং খঘ শমজিন্নরগা মখোই অনি সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওথুম—কথ অমসুং গঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি ট বিন্দুদা অমগা অমগা অনি থোক্ল মান্নবা খায়দোকনৈ ; অমসুং কগ অমসুং খঘ শমজিন্নরে ।



কগ অমসুং খঘ অনি অসি সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কটগ অমসুং খটঘ ত্রিভুজগী

টক = টখ, (পীরগী মতুং ইন্না) ।

টগ = টঘ, (মরম অদুমক্লা) ।

অমসুং মরক্তা লৈবা কটগ ∠ = মরক্তা লৈবা খটঘ ∠ ;
(প্রতীপ কোণ ওইবনা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা' পুন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

∴ কগট ∠ = খঘট ∠,

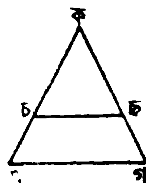
হায়বদি কগঘ ∠ = খঘগ ∠ ।

মখোই অসি একান্তর কোণ ওইরকনি ;

∴ কগ অমসুং খঘ সমান্তর ওইগনি। (১৩শুবা উঃ)।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। ৱাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভূমিগা সমান্তর ওইনা চিংবা লৈই অচুম্বা অতুনা মান্নবা বাহুশিংগা লোইননা মান্নবা কোণ থোকচল্লি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভূমিগা সমান্তর ওইনা চছ লৈই অচুম্বনা কখ অমসুং কগ বু চ অমসুং ছ বিন্দুদা কক্লবা চিংলে।

কচছ অমসুং কছচ কোণ অনি অসি মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—খগ অমসুং চছ সমান্তর ওই, অমসুং কখ না মখোইবু খ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে ;

∴ মপানগী কচছ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা চখগ ∠ হায়বদি কখগ ∠।

অমুক হন্না খগ অমসুং চছ সমান্তর ওই, অমসুং কগ না মখোইবু গ অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে ;

∴ মপানগী কছচ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা ছগখ ∠, হায়বদি কগখ ∠।

তৌইগুম্বসুং কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

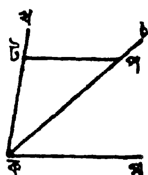
কগ = কখ ;   (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ ।

∴ কচছ ∠ = কছচ ∠ ।

অ: উ: হি: ।

৭। বাহং—করিগুম্বা কোণ অমবু তম্থাই তানা খায়বা লৈই অচুম্বা অমদা লৈবা বিন্দু অমদগী কোণগী বাহু অনিগী অমদা সমান্তর ওইনা চিংলব'দ, থোকলিবা ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহু ওইগনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—প অসি খকগ কোণবু তম্থাই তানা খায়বা কচ লৈই অচুম্বগী মফুংদা লৈবা বিন্দুনি ; পট অসি কগ গা সমান্তর ওইনা চিংবদা কখ বাহুবু ট বিন্দুদা উনরে।

টকপ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—টপ অমসুং কগ সমান্তর ওই, অমসুং কচ না মখোইবু ক অমসুং প বিন্দুদা ককলে ;

∴ টপক ∠ = একান্তর পকগ ∠, হায়বদি চকগ ∠ ।

(১৪শুবা উঃ) ;

তৌইগুম্বসুং কচ না খকগ কোণবু তম্থাই তানা খায়দোকপা লৈইনি ;

∴ চকগ ∠ = চকখ ∠, হায়বদি পকট ∠ ।

∴ টপক ∠ = পকট ∠ ।

ছোৌজিক টকপ ত্রিভুজগী

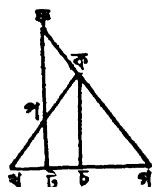
টপক ∠ = পকট ∠ ;

∴ টক = টপ । (৬ওবা উঃ) ।

∴ টকপ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

অঃ উঃ ছিঃ ।

৮ । বাহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিদা লৈবা ট বিন্দুদগী ভুমিগী মথক্তা লম্ব অমা চিংলে ; লম্ব অদুনা কখ অমসুং শাংদোক্লিগা কগ বু মথংশিংনা প অমসুং ফ বিন্দুদা কক্লবদি কপফ অসি সমদ্বিবাহু ওই হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিদা লৈবা ট বিন্দুদগী খগ দা লম্ব ওইবা টপফ লৈই অচুম্বা চিংবদা মদুনা খক অমসুং গক শাংদোকপবু মথংশিংনা প অমসুং ফ বিন্দুদা ককলে ।

কপফ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

খকগ কোণবু কচ না তখাই তানা খায়বদা খগ বু চ বিন্দুদা উনৈ ।

প্রমাণ—কখচ, কগচ ত্রিভুজগী

কখ = কগ, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

কচ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

অমসুং মরক্তা লৈবা খকচ ∠ = মরক্তা লৈবা গকচ ∠ ;

(য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ কচখ ∠ = কচগ ∠ ।

মখোই অসি তাইনবা কোণ ওইরক ;

∴ মখোই খুদিং সমকোণ অমমম্নি ;

∴ কচ অসি খগ দা লম্ব ওই।

অমুক ফট অমসুং কচ অনিমক খগ দা লম্বনি ;

∴ ফট গা কচ গা সমান্তরনি। (মথক্কী তৈৎৰ হাৎতঃ ১)।

হৌজিক ফট, কচ সমান্তরনি, অমসুং কখ না মখোই দুদা অমসুং ক বিন্দুদা ককলে ;

∴ কপফ ∠ = একান্তর খকচ ∠ । (১৪শুৎ উঃ)

অমুক ফট, কচ সমান্তরনি, অমসুং ফগ না মখোইবু ফ অমসুং ক বিন্দুদা ককলে ;

∴ মমুংগী লাপ্পবা কফপ ∠ = মপানগী গকচ ∠ ।

(১৪শুৎ উঃ)।

তৌইগুম্বসুং খকচ ∠ = গকচ ∠ । (মেকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কপফ ∠ = কফপ ∠ ।

হৌজিক কপফ ত্রিভুজগী

কপফ ∠ = কফপ ∠ ;

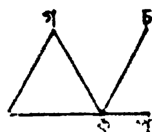
∴ কপ = কফ। (৬শুবা উঃ)।

∴ কপফ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। ৱাহং—ত্রিভুজগী মপানথংবা কোণ অমবু তঙ্খাই তানা থায়বা লৈইনা কোণ অদুগী মাইয়োক্কী বাহুগা সমান্তর ওইরবদি, ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কচ অসি কখগ ত্রিভুজগী মপানগী গকপ কোণবু তঙ্খাই তানা থায়বা লৈইনি, অমসুং মসি মাইয়োক্কী খগ বাহুগা সমান্তর ওই।



কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কচ, খগ সমান্তরনি, অমসুং খপ না মখোইবু ক অমসুং খ বিন্দুদা ককলে ;

∴ মমুগী লাপ্নবা কখগ ∠ = মপানগী পকচ ∠। (১৩ বা উঃ)।

অমুক কচ, খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা কক্লি ;

∴ কগখ ∠ = একান্তর গকচ ∠। (১২ বা উঃ)।

তৌইথসুং কচ না গকপ কোণবু তঙ্খাই তানা থায়দোকই ;

∴ পকচ ∠ = গকচ ∠ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠।

তৌজিক কখগ ত্রিভুজগী

কখগ ∠ = কগখ ∠ ;

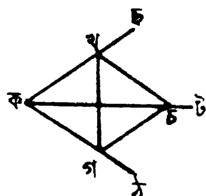
∴ কখ = কগ। (৮ বা উঃ)।

∴ কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি

অঃ উঃ হঃ।

১০। বাহং—করিগুম্বা কোণ অমবু তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমদগী বাহু অনি অদু য়োনা ; বাহু অনি অদুগা সমান্তর তৌদুনা লৈই অচুম্বা অনি চিংলবদি মথোই অদু মাম্নৈ; অমসুং চতুর্ভুজ অদু সমবাহু ওই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—চ অসি ছকঠ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়বা কট লেইগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমনি ; চ বিন্দুদগী চখ অমসুং চগ অসি মথংশিৎনা কঠ অমসুং কছ দা সমান্তর ওইনা চিংলে।



চখ = চগ, অমসুং কখচগ অসি সমবাহু চতুর্ভুজনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খগ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—চখ, কগ সমান্তরনি, অমসুং কট না মথোইবু চ অমসুং ক বিন্দুদা ককলে ;

∴ খচক ∠ = একান্তর গকচ ∠ । (১৪শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং খকচ ∠ = গকচ ∠ । (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খচক ∠ = খকচ ∠ ।

হৌজিক খকচ ত্রিভুজগী

খচক ∠ = খকচ ∠ ;

∴ কখ = চখ।

মতৌ অসুম্না কগ = চগ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

অমুক, কখগ, চখগ ত্রিভুজগী

কখ = চখ,

কগ = চগ,

অমসুং খগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মপা চপমক মাপ্নে। (৭শুবা উঃ)।

∴ কখগ ∠ = চখগ ∠ ।

অদুগা কখ, চগ সমান্তরনি, অমসুং খগ না মখোইবু খ অমসুং গ বিন্দুদা উই ;

∴ কখগ ∠ = একান্তর চগখ ∠ । (১৪শুবা উঃ)।

∴ চখগ ∠ = চগখ ∠ ।

খচগ ত্রিভুজগী

চখগ ∠ = চগখ ∠ ;

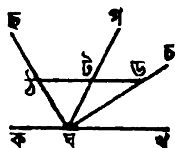
∴ চখ = চগ । (৬শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম কখ = কগ হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই।

∴ কখচগ অসি সমবাহু চতুর্ভুজনি।

অঃ উঃ হিঃ।

১১। **ৱাহং**—কখ, গঘ লৈই অচুম্বা অনি অসি ঘ বিন্দুদা অমগা অমগা কক্লরে, অমসুং থোক্লিব নক্কবা কোণশিং অহুবু অনি থোক্না চপমান্ননা খায়দোক্লে, গঘ লৈইদা লৈবা কর্ণগুম্বা ট বিন্দু ফাওনা অমসুং কখ গা সমান্তর তৌদুনা চিংলিবা ঠটড লৈই অচুম্বনা অনি থোক্না চপমান্ননা খায়দোকপা লৈই অনি অহুবু ঠ অমসুং ড বিন্দুদা কক্লবদি টঠ, টড মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখ গা গঘ গা ঘ বিন্দুদা উনদুনা থোক্লিবা তাইনবা কঘগ, গঘখ কোণ অনি অসিবু মথংশিৎনা ঘছ অমসুং ঘচ না তখাই তানা খায়দোক্লে; অমসুং গঘ গী মসুংদা লৈবা ট বিন্দু কাওনা ঠটড লৈই অসি কখ গা সমান্তর তোদুনা চিংবদা ঘছ অমসুং ঘচ বু ঠ অমসুং ড বিন্দুদা কক্লে।

টঠ = টড হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

প্রমাণ—টড, ঘখ সমান্তরনি, অমসুং ঘচ না মখোইবু ড অমসুং ঘ বিন্দুদা উনরে;

∴ টডঘ ∠ = একান্তর খঘড ∠। (১৪শুবা উঃ)।

তোইশুমসুং টঘড ∠ = খঘড ∠। (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ টডঘ ∠ = টঘড ∠।

হৌজিক টডঘ ত্রিভুজগী

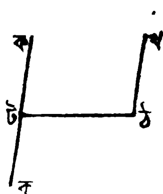
টডঘ ∠ = টঘড ∠ ;

∴ টড = টঘ। (৬শুবা উঃ)।

মতৌ অমুম তোদুনা টঠ = টঘ হায়বা প্রমাণ তোবা য়াই।

∴ টঠ = টড। অঃ উঃ ছিঃ।

১২। **থাহং**—টক অমসুং ঠখ চুমদ্রিংচুম্বা চৈ অনি মথংশিৎনা ট অমসুং ঠ য়ুম্বী (অরেপ্পা বিন্দু) অনিগী মাইকৈ মরিমক্তা লৈরি; টক না মিনিট অমদা ১২ রক অমসুং ঠখ না মিনিট অমদা ১০ রক লৈ। মখোইনা মায়ওন অমত্তদা সমান্তর ওইনা লৈবদগী লৈবা হৌরবদি মতম কয়াগী মতুংদা (১) মায়ওন ওন্নতৈননা, (২) মায়ওন অমত্তদা লৈদুনা সমান্তর ওইগদগে ?



পাওথুম—টক, ঠখ অচুম্বা চৈ অনিনা ট অমস্থং ঠ য়ুম্বী (অরেপ্পা বিন্দু) গী অকোইবদ সমান্তর ওইনা লৈরম্বদগী লৈবা হৌরকলে ; টক না মিনিট অমদা ১২ রক মপুম ফানা লৈবা মতমদা ঠখ না ১০ রক মপুম ফানা লৈ।

মতম কয়া লৈরগা মখোই অনি সমান্তর ওইবদা (১) মায়ওন ওম্নৈতেননা, অমস্থং (২) মায়ওন অমতদা লৈগদগে হায়বদু প্রমাণ তৌদুনা পুথোক্কদবনি।

টঠ শমজিন্নৌ, অমস্থ কট বু র্ক ফাওবা শাংদোকউ। অদু ওইরবদি লৈবা হৌখ্রবা মতুং (১) টর্ক অমস্থং ঠখ না লৈরিবা ফিবম অসি, অমস্থং (২) টক অমস্থং ঠখ না লৈরিবা ফিবম অসি কয়া কুইনা লৈরগা থোক্কদগে হায়বদু পুথোক্লগা অদু মঙাই।

প্রমাণ—(১) কটর্ক অসি সরল কোণনি,

হায়বদি কটর্ক $\angle = ১৮০^\circ$।

টক চৈনা টর্ক গী মক্ষম তানা লাকপদা ১৮০° লৈগদবনি। টক অমস্থং ঠখ সমান্তরনি ; টক না ঠখ দগী হেন্না য়াংনা লৈ।

$\therefore$ টক না ঠখ দগী ১৮০° হেন্না লৈগদবনি।

চৈ খুদিংনা মপুম ফানা অমুক লৈবদা ৩৬০° নি।

$\therefore$ টক না সেকেণ্ড অমদা লৈবা কোণ $= \dfrac{১২ \times ৩৬০^\circ}{৬০} = ৭২^\circ$।

অদুগা ঠখ না সেকেণ্ড অমদা লৈবা কোণ $= \dfrac{১০ \times ৩৬০^\circ}{৬০} = ৬০^\circ$।

∴ টক না টখ দগী সেকেণ্ড অমদা হেন্না লৈবা কোণ

$$= ৭২ - ৬০ = ১২^{\circ}$$

∴ টক না টর্ক কী মফম থানবা টখ দগী ১৮০ হেন্নবা লৈরকপদা

চংবা মতম = ১৮০ ÷ ১২ = ১৫ সেকেণ্ড।

প্রমাণ—(২) টক অমসুং টখ গী লৈবগী চাং মান্নদে ;

∴ টক অমসুং টখ না হান্না লৈরবা ফিবম অসি ওইরকপদা টক না টখ দগী ট বিন্দুগী অকোইবদা লৈবা সমকোণ মরি হেন্না লৈগদবনি। অতোপ্পা ৱাহৈদ টক না টখ দগী ৩৬০ হেন্নবা লৈ।

∴ টক না টখ দগী ৩৬০ হেন্না লৈরকপদা

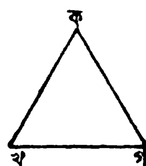
চংবা মতম = ৩৬০ ÷ ১২ = ৩০ সেকেণ্ড।

অঃ উঃ হঃ।

(লামাই ৬১—৬২)

১। ৱাহং—সমবাহু ত্রিভুজগী কোণ খুদিংমক সমকোণ অমগী শরুক অহুম থোকপগী শরুক অমনি হায়বদি ৬০ নি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ অসি সমবাহু ত্রিভুজনি, হায়বদি মসিগী কখ, খগ অমসুং গক বাহু পুম্নমক অমগা অমগা মান্নে।



কখগ, খগক অমসুং গকখ কোণ খুদিংনা সমকোণগী ⅔ হায়বদি ৬০° নি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;　　(পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ কগখ ∠ = কখগ ∠ ।

অমুক, কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

খগ = কগ ;　　(পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ খকগ ∠ = কখগ ∠ ।

∴ কগখ ∠ = খকগ ∠ = কখগ ∠ ।

তৌইশুন্নবু কখগ ত্রিভুজগী কগখ ∠ + খকগ ∠ + কখগ ∠

= সমকোণ অনি ।　　(১৬শুবা উঃ) ।

∴ কগখ, খকগ অমসুং কখগ কোণ খুদিংমক = সমকোণ অনিগী $\frac{১}{৩}$

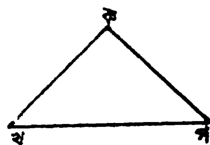
= সমকোণগী $\frac{২}{৩}$

= ৯০ × $\frac{২}{৩}$ = ৬০° ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২ । বাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনা সমকোণী ওইরবদি মান্নবা কোণ খুদিংনা ৪৫ নি হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওখুম—কখগ মসদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ বাহুগা কগ বাহুগা মান্নৈ, অমসুং খকগ কোণ অসি সমকোণ অমনি ।



কখগ অমসুং কগখ কোণ খুদিংমক ৪৫° ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজদা

কগ = কখ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । (৫ত্তব উঃ) ।

অমুক, কখগ ত্রিভুজগী

কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = সম ∠ অনি ।

(১৬শুবা উঃ । ।

তৌইগুম্বস্তুং খকগ ∠ = সম ∠ অমা । (পীবগ মওঃ ইম্না) ।

অহানবগী মান্নবা য়াশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা য়াশীশি অসি খায়দোক্লগা ।

কখগ ∠ + কগখ ∠ = সম ∠ অমা ।

অদুগা কখগ ∠ = কগখ ∠ ; (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

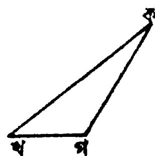
∴ কখগ অমস্তুং কগখ কোণ খুদিংমক = সমকোণগী ½

= ৯০ × ½ = ৪৫ ।

অঃ উঃ হঃ ।

৩ । য়াহং—করিগুম্বা ত্রিভুজ অমগী কোণ অমা ৩৬ নি অতোপ্পা কোণ অমনা ১২৩ নি, লেমহৌবা কোণগী পাদন কয়া-নো ? পাওখুম অদু চুমই চুমদে হায়বা ওন্দুনা চাং য়েংউ ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী কখগ, কগখ কোণ অনি অসি মথং শিংনা ৩৬ অমস্তুং ১২৩ নি ।



খকগ কোণ অসিগী (প্রমাণ তৌদুনা) পাদন পুথোক্কদবনি অমস্তুং থাইস্লশিংনা ওন্দুনা অদুম চুমদ য়েংগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = ১৮০ । (১৬শুবা উঃ ।

তৌইগুম্বসু়ং কখগ ∠ + কগখ ∠ = ৩৬° + ১২৩° = ১৫৯° ।

(পীবগী মতুং ইন্না) ।

অহানবগী মাল্লবা রাশীশিংদগী অনৌবগী মাল্লবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

থকগ ∠ = ২১ ।

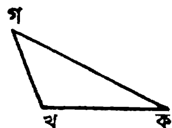
অদুগা থাক্লেশে না ওন্দুনা য়ুংবদ চুমলে হায়বা ফংলে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৪ । বাহং - কখগ ত্রিভুজগী খ কোণ = ১১১, গ কোণ = ৭২ । ক কোণ অদু পুথোক্কুন ওন্দুনা যটু ।

পাওথুম — কখগ ত্রিভুজগী

খ ∠ = ১১১ গ ∠ = ৭২ ।



ক ∠ কয়ানা হায়বা প্রমাণ তৌদুনা পুথোক্কদবনি অমসুং ওন্দুনা য়েংগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

ক ∠ + খ ∠ + গ ∠ = ১৮০ । (৮শবা উঃ)

তৌইগুম্বসুং খ ∠ + গ ∠ = ১১১ + ৭২ = ১৮৩

(পীবগী মতুং ইন্না) ।

অহানবগী মাল্লবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাল্লবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

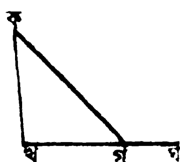
ক ∠ = ১৭ ।

থাক্লেশংনা ওন্দুনা য়েংব মতমদ ক ∠ অসি ১৭ নি হায়বসি চুমলে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহং—কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহু ঘ ফাওবা শাংদোক-হল্লে। মপান থ,বা কগঘ কোণনা ১৩৪ অতুগা খকগ কোণনা ৪২ ওইরবদি লেমহৌবা মনুং থ'ব কোণশিং অদুগী পাদম পুথোকউ।

পাওথুম – কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহু ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কগঘ ∠ = ১৩৪, অমসুং খকগ ∠ = ৪২° ।



কখগ, কগখ কোণশিংগী পাদম পুথোক্কদবনি। (প্রমাণ তৌহনা)।

প্রমাণ– কগ বাহুগ খঘ বাহুগ, গ বিন্দুদা তিন্নহনা তাইনবা

কগখ, কগঘ কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কগখ ∠ + কগঘ ∠ = ১৮০ । (১বা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং কগঘ ∠ = ১৩৪ । (পীবগী মতুং ইন্না)।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা,

কগখ ∠ = ৪৬ ।

অমুক, কখগ ত্রিভুজগী

খকগ ∠ + কখগ ∠ + কগখ ∠ = ১৮০° । (১৬শুবা উঃ)।

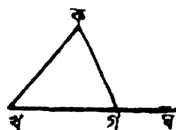
তৌইগুম্বসুং খকগ ∠ + কগখ ∠ = ৪২° + ৪৬° = ৮৮° ।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা,

কখগ ∠ = ৯২° । অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহং—১৬ শুবা উপপাদ্যগী চিত্রদা কগঘ কোণ =১১৮, অমসুং খ কোণ=৫১ ওইরবদি, ক অমসুং গ কোণ অনি অসিগী পাদম ওন্দুনা পুথোকউ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ বাহু ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কগঘ ∠ = ১১৮ অমসুং খ ∠ = ৫১।



ক ∠ অমসুং গ ∠ অনি অসি পুথোক্কদবনি অমসুং ওন্দুনা পাদমগী অচুম চুমদা য়েংগদবনি।

প্রমাণ—কগ বাহুগা খঘ বাহুগা গ বিন্দুদা তিন্নদুনা তাইনবা

কগখ অমসুং কগঘ কোণ অনি অসি থোকলে;

∴ কগখ ∠ + কগঘ ∠ = ১৮০°।　　(১বা উঃ)।

তৌইশুমসুং কগঘ ∠ = ১১৮°।　　(পীবগী মতু ইন্না)।

∴ অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং থায়দোক্লগা,

কগখ ∠ = ৬২°।

অমুক হন্না কখগ ত্রিভুজগী

খকগ ∠ + কখগ ∠ + কগখ ∠ = ১৮০°।　(১৩শুবা উঃ)।

তৌইশুমসুং কখগ ∠ + কগখ ∠ = ৫১° + ৬২° = ১১৩°।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থাইদোক্লগা,

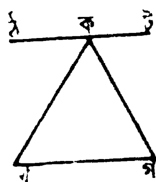
খকগ ∠ = ৬৭°।

থাঙ্গৎশেংনা ওন্দুনা য়েংবদা কগখ ∠ = ৬২° অমসুং

খকগ ∠ = ৬৭°।　　অঃ উঃ হিঃ।

৭। ঋাহং—মতোনগী বিন্দু ফাওনা ভুমিগা সমান্তর তোঙনা লৈই অমা চিংহুন', ত্রিভুজগী কোণ অহুম তিন্নশিনবনা সমকোণ অনিনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু ক ফাওনা ঠকট লৈই অসি খগ ভুমিগা সমান্তর ওইনা চিংলে।



কখগ ত্রিভুজগী ক ∠ + খ ∠ + গ ∠ = সম ∠ অনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কট অমসুং খগ সমান্তরনি অমসুং কগনা মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ,

∴ কগখ ∠ = একান্তর গকট ∠।

মতৌ অমুক্তা কঠ অমসুং খগ সমান্তরনি অমসুং কখনা মখোইবু ক অমসুং খ বিন্দুদ উনৈ,

∴ কখগ ∠ = একান্তর খকঠ ∠।

মাপ্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিনলগা,

কগখ ∠ + কখগ ∠ = গকট ∠ + খকঠ ∠।

মথক্কী মাপ্নবা রাশীশিং অসিদা খকগ কোণ হাপচিল্লবদি

কগখ ∠ + কখগ ∠ + খকগ ∠।
= গকট ∠ + খকগ ∠ + খকঠ ∠।

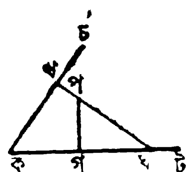
তৌইগুম্বসুং গকট ∠ + খকগ ∠ + খকঠ ∠ = সরল কোণ অমা
= সম ∠ অনি।

∴ কগখ ∠ + কখগ ∠ + খকগ ∠ = সম ∠ অনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। **বাহৈং**—লৈই অচুম্বা অনিনা মথংশিংনা অতোপ্পা লৈই অচুম্বা অনিগী লম্ব ওইরবদি, অহানবগী লৈই অচুম্বা অনিনা শোকহনবা সুক্ষ্মকোণ অদুগা অনিশুবগী লৈই অচুম্বা অনি অদুনা শোকহনবা সুক্ষ্মকোণ অদুগা মান্নই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কচ অমসু কট লৈই অচুম্বা অনিগী খ অমসু গ বিন্দুদা অমসুং গপ মথংশিংনা লম্ব ওই।



চকট অমসুং গপঘ কোণ অনি অসি মান্নই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী

খকঘ ∠ + কখঘ ∠ + কঘখ ∠ = সম ∠ অনি।

(১৮শুবা উঃ)।

পাংথংলবসু, কখঘ ∠ = সম ∠ অমা। (পীবগী মতুং ইন্না)।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

খকঘ ∠ + কঘখ ∠ = সম ∠ অমা।

∴ খকঘ কোণ অসি কঘখ কোণগী অম্পুরকনি (সংজ্ঞা)।

মদুগুম্না, গপঘ ত্রিভুজগী

গপঘ ∠ + গঘপ ∠ + পগঘ ∠ = সম ∠ অনি।

(১৮শুবা উঃ)।

তোইগুম্বসুং পগঘ ∠ = সম ∠ অমা। (পীবগী মতুং ইন্না)।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লবদি,

গপঘ ∠ + গঘপ ∠ = সম ∠ অমা ।

∴ গপঘ কোণ অসি গঘপ কোণ হায়বদি কংখ কোণগী অনুপুরকনি । (সংজ্ঞা) ।

হৌজিক খকঘ অমসুং গপঘ কোণ খুদিংমক কঘখ কোণ মথন্তগী অনুপুরক ওইরে ;

∴ খকঘ ∠ = গপঘ ∠, (সংজ্ঞাগী অনুমানগী মতুং ইন্না),

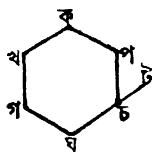
হায়বদি চকট ∠ = গপঘ ∠ ।

অ: উ: হি: ।

১৬শুবা উঃ গী অনুমানগী মরমদা নৈননবা বাহংশিং

(লামাই ৬৮—৬৯)

১ । বাহং—সমষড়ভুজগী বাহু অমা শাংদোক্লগা থোকপা মপান থংবা কোণ অদু সমত্রিভুজগী মনুংথংবা কোণ অমগা মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগঘচপ অসি সমষড়ভুজ অমনি ; মসিগী ঘচ বাহুবু ট বিন্দু ফাওবা শাংদোকলে । মপানথংবা পচট কোণ অসি সমত্রিভুজগী মনুংগী কোণ অমগা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগঘচপ সমষড়ভুজগী মনুংগী কোণ পুম্নমক অমগা অমগা মান্নৈ । (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না) ।

সমষড়ভুজ অসিগী বাহু মশিং তরুকনি ;

∴ মসিগী মপুংগী কোণ পুম্নমক+সম ∠ মরি = ২ × ৬ সম ∠ ।
(১৩শুবা উঃ গী অহানবা অহুমান) ।

মথক্কী মাম্নবা রাশীশিং অসিদগী সমকোণ মরি থাযদোক্লবদি,

মপুংগী কোণশিংগী তিম্নশিনবা = সম ∠ ৮

= ৯০ × ৮ = ৭২০° ।

সমমড়ভুজ অসিগী মপুংগী কোণ মশীং ৬নি ;

$$\therefore \text{ মপু গী কোণ খুদি } = \frac{৭২০}{৬} = ১২০^\circ \text{ ।}$$

∴ ঘচপ ∠ = ১২০ ।

তৌইগুম্বসুং পচ গা ঘট গা চ বিন্দুদ তিম্নহুনা ঘচপ অমসুং পচট কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ ঘচপ ∠ + পচট ∠ = ১৮০ ।　　(১বা উঃ) ।

অদুগা ঘচপ ∠ = ১২০° ।　　(প্রমাণ তৌখে) ।

অহানবগী মাম্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাম্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

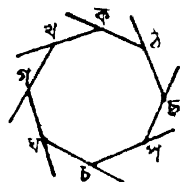
পচট ∠ = ৬০° ।

অমুক হম্না সমত্রিভুজগী মপুংগী মাম্নবা কোণ খুদিংমক ৬০° ওই
(নৈনবা বাহং অমদা প্রমাণ তৌখে) ।

∴ পচট হায়বা মপানগী কোণ অসিগা সমত্রিভুজগী মপুংগী কোণ অমগা মান্নে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২ । বাহং—(১) সমঅষ্টভুজ অমগী, (২) সমদশভুজ অমগী মপান থংবা কোণ খুদিংগী ডিগ্রি মশীং কয়ানো পুথোকউ ।



পাওথুম—(১) কখগঘচপছঠ অসি সম-অষ্টভুজনি।

সমঅষ্টভুজ অসিগী মপান থংবা কোণগী ডিগ্রি পুথোক্কদবনি। সমঅষ্টভুজগী বাহু পুম্নমক নিয়ম অমগী মতুং ইন্না শাংদোকউ।

প্রমাণ—কখগঘচপছঠ সমঅষ্টভুজগী ক, খ, গ, ঘ, চ, প, ছ অমসুং ঠ বিন্দুদা লৈবা তাইনবা কোণ অনি অনিগী তিনশিনবনা সমকোণ অনি অনিনি; (১বা উঃ)।

∴ মপানগী কোণ খুদিংমক তাইনবা মনুংগী কোণগী পরিপূরকনি।

(সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না)।

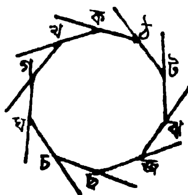
তৌইগুম্বসুং সমঅষ্টভুজগী মনুংগী কোণ পুম্নমক ৮নি অমসুং মখোই খুদিংমক অমগা অমগা মান্নে; (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না)।

∴ মপান থংবা কোণ ৮ অসি অমগা অমগা মান্নে।

অদুগা মপান থংবা মান্নবা কোণ ৮ = সম ∠ ৪।

(১৬শুবা উঃ গী ২শুবা অনুমান)।

$$\therefore \text{ মপান থংবা কোণ খুদিং} = \frac{\text{সম} \angle ৪}{৮} = \frac{৯০ \times ৪}{৮} = ৪৫$$



পাওথুম—(২) কখগঘচছজঝটঠ অসি সমদশভুজ অমনি।

সমদশভুজ অসিগী মপান থংবা কোণগী ডিগ্রি পুথোক্কদবনি।

সমদশভুজগী বাহু পুম্নমক নিয়ম অমগী মতুং ইন্না শাংদোকউ।

প্রমাণ—কখগঘচছজঝটঠ সমদশভুজগী ক, খ, গ, ঘ, চ, ছ, জ, ঝ, ট অমসুং ঠ বিন্দুদা লৈবা তাইনবা কোণ অনি অনিগী তিনশিনবনা সম ∠ অনি অনিনি ; (১বা উঃ) ।

∴ মপান থংবা কোণ খুদিংমক তাইনবা মনুংগী কোণগী পরিপূরকনি । (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না) ।

তোইঙুম্বসুং সমদশভুজ অসিগী মনুংগী কোণ পুম্নমক ১০নি অমসুং মখোই খুদিংমক অমগা অমগা মান্নে ; (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না) ।

∴ মপান থংবা কোণ ১০ অসি অমগা অমগা মান্নে ।

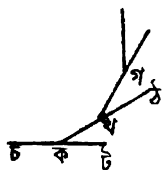
অদুগা মপান থংবা মান্নবা কোণ ১০ = সম ∠ ৪ ।

(১৬শুবা উঃ গী ২শুবা অনুমান) ।

$$\therefore \text{ মপান থংবা কোণ খুদিং} = \frac{\text{সম } \angle \text{ ৪}}{\text{১০}} = \frac{\text{৯০} \times \text{৪}}{\text{১০}} = \text{৩৬} \text{ ।}$$

অঃ উঃ হিঃ ।

৩ । **বাহং**—মপান থংবা কোণ (১) ৩০, (২) ২৪° ওইবা সমবাহুভুজগী বাহু মশীং পুথোকউ ।



পাওখুম—(১) চকখগ অসি সমবাহুভুজগী মচেৎ অমনি ; মসিগী চক, কখ অসিনচিংবা বাহুশিং অসি নিয়মগী মতুং ইন্না মথংশিংনা ট, ঠ অসিনচিংবা বিন্দুশিংদা শাংদোকপদা মপান থংবা টকখ, ঠখগ অসিনচিংবা কোণ খুদিংমক ৩০ ওই ।

চকখগ মচেৎ ওইবা সমবাহুভুজগী বাহুমশিং পুথোকদবনি ।

ম হায়রসি সমবাহুভুজগী বাহু মশীংনি নিংশি ।

প্রমাণ—সমবাহুভুজগী ম বাহু মশীং লৈরবদি, মপান থংবা মান্নবা ম কোণ মশীং লৈগনি।

তৌইগুম্বস্থং মপানগী কোণ পুম্নমক তিনশিনবনা সমকোণ মরি, হায়বদি ৩৬০° গা মান্নৈ। (১৩শুবা উঃ গী ২শুবা অনুমান)।

∴ টকখ ∠ + ঠখগ ∠ + ... ম মশীংগী কোণ = ৩৬০° ।

অদুগা টকখ ∠ = ঠখগ ∠ = ... = ৩০° ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

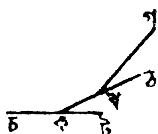
∴ ম × ৩০° = ৩৬০° ।

মান্নবা মাশী অনিমকপু ৩০ না যেনথোক্লগা

ম = ১২ ।

∴ সমবাহুভুজগী বাহু মশী ১২নি।

পাওথুম - (২) চকখগ অসি সমবাহুভুজগী মচেং অমনি ; মসিগী চক, কখ নচিংবা বাহুশিং অসি ট, ঠ নচিংবা বিন্দুশিং দা নিয়মগী মতুং ইন্না মথংশিংনা শাংদোকপদা থোকলিবা মান্নবা মপানগী টকখ, ঠখগ নচিংবা কোণ খুদিংমক ২৪° নি।



সমবাহুভুজগী বাহু মশীং পুথোক্কদবনি।

ন না সমবাহুভুজগী বাহু মশীংনি নিংশি।

প্রমাণ—সমবাহুভুজগী ন মশাংগী বাহু লৈরবদি, মপান থংবা মান্নবা ন কোণ মশীং লৈগনি।

তৌইগুম্বস্থং মপানগী কোণ পুম্নমক তিনশিনবনা সমকোণ মরি, হায়বদি ৩৬০° গা মান্নৈ। (১৩শুবা উঃ গী ২শুবা অনুমান)।

∴ টকখ ∠ + ঠখগ ∠ + ... ন মশীংগী কোণ = ৩৬০° ।

অদুগা টকখ ∠ = ঠখগ ∠ = ···· = ২৪° ; (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ ন × ২৪° = ৩৬০° ।

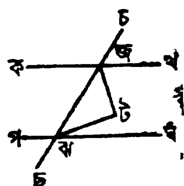
মামরা ঙাশী অনিমকপু ২৪° না য়েনথোকলগা

ন = ১৫ ।

∴ সমবাহুভুজগী বাহু ১৫ নি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৪ । বাহং—লৈই অচুম্বা অমনা সমান্তর লৈই অচুম্বা অনিবু কক্লবদি নাকল অমত্তগী মমুংথংবা কোণ অনি অদুগী তখাই তানা খায়বা লৈইশিং অদুনা সমকোণ থোকহল্লি হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অচুম্বা অনিবু চছ লৈই অচুম্বনা জ অমসুং ঝ বিন্দুদা কক্লুনা নাকল অমত্তগী মমুংগী খজঝ অমসুং জঝঘ কোণ অনি অসি থোকলে ; জট অমসুং ঝট অনি অসি খজঝ অমসুং জঝঘ কোণ অনিবু মথংশিংনা তখাই তানা খায়বা লৈইনি অমসুং মখোই অনি ট বিন্দুদা উনৈ ।

জটঝ কোণ অসি সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখ অমসুং গঘ অনি অসি সমান্তরনি অমসুং চছ না মখোই অনিবু জ অমসুং ঝ বিন্দুদা ককলি ;

∴ খজঝ ∠ + জঝঘ ∠ = সম ∠ অনি । (১৪শুবা উঃ) ।

∴ ½ খজঝ ∠ + ½ জঝঘ ∠ = সম ∠ অমা ।

তৌইশুবসুং টজঝ ∠ = ½ খজঝ ∠ । (পীবগী মতুং ইন্না) ।

অমস্তুং টঝঞ ∠ = ½ ঞঝঘ ∠ । (মথম অহুমকা) ।

মাম মাম্নবা ৱাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

টঞঝ ∠ + টঝঞ ∠ = ½ খঞঝ ∠ + ½ ঞঝঘ ∠ = সম ∠ অমা ।

হৌজিক টঞঝ ত্রিভুজদা,

টঞঝ ∠ + টঝঞ ∠ + ঞটঝ ∠ = সম ∠ অনি ।

(১৬শুবা উঃ) ।

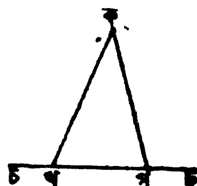
তৌইগুম্বস্তুং টঞঝ ∠ + টঝঞ ∠ = সম ∠ অমা ।

মথক্কী মাম্নবা ৱাশীশিং অসিদগী অকোনবগী মাম্নবা ৱাশীশিং অসি থায়দোকলগা

ঞটঝ ∠ = সম ∠ অমা ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫ । ৱাহং—ত্রিভুজগী ভুমি অহু মাইকৈ অনিমক্তা শাংদোক্লগা থোকপা মপান থংবা কোণ অনি অদুগী তিন্নশিন্দুনা থোকপা অহুদগী মতোনগী কোণ অড থায়দোক্লবদি থায়দোক্লুনা থোকপা অহু সমকোণ অনিগা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ ভুমি অসি মাইকৈ অনিমক্তা চ অমস্তুং ছ বিন্দুদা শাংদোকলে ।

কখচ ∠ + কগছ ∠ — খকগ ∠ = সম ∠ অনি হায়বসি প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখচ অমস্তুং কখগ কোণ অনি অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কখচ ∠ + কখগ ∠ = সম ∠ অনি । (১বা উঃ)

অমুক কগছ অমস্রুং কগথ কোণ অনি অসি ভাইনবা কোননি ;

∴ কগছ ∠ + কগথ ∠ = সম ∠ অনি । (১বা উঃ)।

অকানবগী মাম্রবা রাখিশিংগা অকোনবগী মাম্রবা রাখিশিংগা ভিন্নশিল্লগা

কখচ ∠ + কগছ ∠ + কখগ ∠ + কগখ ∠ = সম ∠ মরি ।

তোইগুম্বুং কখগ ত্রিভুজগী

কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = সম ∠ অনি ।

(১৬শুবা উঃ) ।

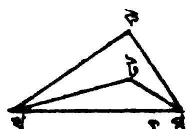
মথক্কা মাম্রবা রাখিশি অসিদগী অকোনবগী মাম্রবা রাখিশিং অসি থায়রোকলগা

কখচ ∠ + কগছ ∠ − খকগ ∠ = সম ∠ অনি ।

অঃ উঃ হঃ ।

৬। ৱাহং—কখগ ত্রিভুজগী খ অমস্রুং গ কোণ মথংশিংনা খট অমস্রুং গট না ভক্খাই ভানা থায়দকলে। খটগ কোণ $= ৯০^\circ + \frac{\text{ক কোণ}}{২}$ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী খ অমস্রুং গ কোণ মথংশিংনা খট অমস্রুং গট না ভক্খাই ভানা থায়দোকলে।



খটগ $∠ = ৯০^\circ + \frac{\text{ক কোণ}}{২}$ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখগ $\angle$ + খগক $\angle$ + খকগ $\angle$ = ১৮০°।

(১৬শুবা উঃ) ।

$\therefore$ ½ কখগ $\angle$ + ½ খগক $\angle$ + ½ খকগ $\angle$ = ৯০° ।

অমুক হন্না টখগ $\angle$ = ½ কখগ $\angle$ । (পীবগী মতুং ইন্না) ।

অমসুং টগখ $\angle$ = ½ খগক $\angle$ । (মরম অচুমন্না),

তৌইগুম্বসুং টখগ ত্রিভুজগী

খটগ $\angle$ + টখগ $\angle$ + টগখ $\angle$ = ১৮০° ।

হায়বদি, খটগ $\angle$ + ½ কখগ $\angle$ + ½ খগক $\angle$ = ১৮০° ।

অদুগা ½ খকগ $\angle$ + ½ কখগ $\angle$ + ½ খগক $\angle$ = ৯০° ।

(প্রমাণ তৌখ্রে) ।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবা মান্নবা রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

খটগ $\angle$ − ½ খকগ $\angle$ = ৯০° ।

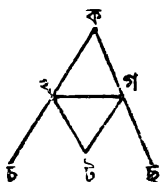
অমুক, মান্নবা রাশী অনি মক্তা ½ খকগ $\angle$ হাপচিল্লগা,

খটগ $\angle$ = ৯০° + ½ খকগ $\angle$ ।

অঃ উঃ হিঃ।

৭। বাহং—কখগ ত্রিভুজগী কখ অমসুং কগ শাংদোক্লগা থোকপা মপান থংবা কোণ অনি খট অমসুং গট না তগ্খাই তানা থায়দোক্লে। খটগ কোণ = ৯০° − $\frac{\text{ক কোণ}}{২}$ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ অমসুং কগ বাহু অনি অসি চ অমসুং ছ বিন্দুদা শাংদোক্নুনা থোকলিবা মপানগী চখগ অমসুং ছগখ কোণ অনি অসি মথংশিৎনা খট অমসুং গট না তম্মাই তানা খায়দোক্লে।



খটগ ∠ = ৯০° − $\frac{\text{ক কোণ}}{২}$—হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ অমসুং চখগ অনি অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কখগ ∠ + চখগ ∠ = ১৮০° । (ব উঃ)।

অমুক, কগখ অমসুং ছগখ অনি অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কগখ ∠ + ছগখ ∠ = ১৮০° । (১ব উঃ)।

অহানবা অমসুং অনৌবগী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা,

কখগ ∠ + কগখ ∠ + চখগ ∠ + ছগখ ∠ = ৩৬০° ।

∴ ½ কখগ ∠ + ½ কগখ ∠ + ½ চখগ ∠ + ½ ছগখ ∠ = ১৮০° ।

অদুগা টখগ ∠ = ½ চখগ ∠, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং টগখ ∠ = ½ ছগখ ∠ ; (মবম অদুমক্না)

∴ ½ কখগ ∠ + ½ কগখ ∠ + টখগ ∠ + টগখ ∠ = ১৮০° ।

তৌইগুম্বসুং, টখগ ত্রিভুজগী,

টখগ ∠ + টগখ ∠ + খটগ ∠ = ১৮০° ।

∴ টখগ ∠ + টগখ ∠ + খটগ ∠

= ½ কখগ ∠ + ½ কগখ ∠ + টখগ ∠ + টগখ ∠ ।

মান্নবা ৱাশী অনিমক্তগী টখগ $\angle$ + টগখ $\angle$ লৌথোক্লগা

খটগ $\angle$ = $\frac{1}{2}$ কখগ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ কগখ $\angle$ ।

অমুক হন্না. কখগ ত্রিভুজগী

কখগ $\angle$ + কগখ $\angle$ + খকগ $\angle$ = ১৮০ ।

(১৬শুবা উঃ) ।

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ কখগ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ কগখ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ খকগ $\angle$ = ৯০° ।

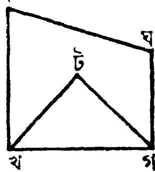
মান্নবা ৱাশী অনিমক্তগী $\frac{1}{2}$ খকগ $\angle$ লৌথোক্লগা

$\frac{1}{2}$ কখগ $\angle$ + $\frac{1}{2}$ কগখ $\angle$ = ৯০ − $\frac{1}{2}$ খকগ $\angle$ ।

$\therefore$ খটগ $\angle$ = ৯০° − $\frac{1}{2}$ খকগ $\angle$ ।

অঃ উঃ হিঃ

৮ । ৱাহং –চতুর্ভুজগী থংনবা কোণ অনিগী তঙ্খাই তানা খায়ব লৈই অনিগী মরক্তা লৈবা কোণ অদু লেমহৌবা কোণ অনি তিনশিন্দুনা থোকপা অদুগী তঙ্খাইনি হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওখুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখগ, খগঘ হায়বা থংনবা কোণ অনি অসিবু খট অমসুং গট না মথংশিংনা তঙ্খাই তানা খায়দোকই ।

খটগ কোণ অসি লেমহৌবা খকঘ অমসুং কঘগ কোণ অনি অসিগী তিনশিন্দুনা থোকপা অদুগী তঙ্খাইনি হায়বদি খটগ $\angle$ = $\frac{1}{2}$ (কঘগ $\angle$ + খকঘ $\angle$) হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী

কখগ ∠ + খগঘ ∠ + কঘগ ∠ + খকঘ ∠

= সম ∠ মরি। (১৬শুবা উঃ দগী খণ্ডবা নং ৫)।

∴ $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ + $\frac{1}{2}$ কঘগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খকঘ ∠

= সম ∠ অনি।

অমুক, টখগ ত্রিভুজগী,

টখগ ∠ + খগট ∠ + খটগ ∠ = সম ∠ অনি।

(১৮শুবা উঃ)।

তৌইশুম্বস্তু, টখগ ∠ = $\frac{1}{2}$ কখগ ∠, (পীবগী মতু ইন্না)।

অমস্তু, খগট ∠ = $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ ; (মরম অদুমক্না)।

∴ $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ + খটগ ∠ = সম ∠ অনি।

অদুগা $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ + $\frac{1}{2}$ কঘগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খকঘ ∠

= সম ∠ অনি। (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ + খটগ ∠

= $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ + $\frac{1}{2}$ কঘগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খকঘ ∠।

মান্নবা বাকি অনিমক্তগী $\frac{1}{2}$ কখগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খগঘ ∠ লৌথোক্লগা,

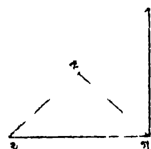
লেংহৌব, খটগ ∠ = $\frac{1}{2}$ কঘগ ∠ + $\frac{1}{2}$ খকগ ∠

= $\frac{1}{2}$ (কঘগ ∠ + খকগ ∠)।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। **ৱাহং**—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খক বাহু অসি ক মতানগী মাইকৈরোমদা ঘ ফাওবা শাংদোকহল্লগা, কঘ শরুক অসি খক গা মান্নহল্লে। ঘগ লৈই চিংদুনা খগঘ কোণ অসি সমকোণ অমনি হায়বা উৎলু।

পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খক বাহু অসি ক মতোনগী মাইকৈরোমদা ঘ ফাওবা কঘ গা খক গা মান্নবা শাংদোকলে, অমসুং ঘগ শমজিন্নরে।



খগঘ অসি সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ তৌ গদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

খক = গক ; (পীবগী মওং ইন্না)।

অদুগা খক = কঘ ; (মরম ৩ তুমন্না)

∴ গক = কঘ।

হৌজিক কগঘ ত্রিভুজগী

কঘ = কগ ;

∴ কগঘ ∠ = কঘগ ∠।

অমুক কখগ ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কগখ ∠ = কখগ ∠।

অদুগা কগঘ ∠ = কঘগ ∠। (প্রমাণ তৌরে)।

অহানবগী অমসুং অকোনবগী মান্নবা শাংশং অসি পল্ল-শিল্লগা।

কগখ ∠ + কগঘ ∠ = কখগ ∠ + কঘগ ∠

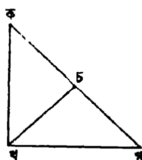
হায়বদি, অপুনবা খগঘ ∠ = ঘখগ ∠ + খঘগ ∠ = ½ × ১৮০°

= ৯০। (১৬শুবা উঃ দগী থওবা নং ৪।

অঃ উঃ হিঃ।

১০। ৱাহং—সমকোণী ত্রিভুজগী সমকোণ অমসুং কর্ণগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অদু কর্ণগী তঙ্খাইনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী কখগ সমকোণগী খ বিন্দুগা কগ কর্ণগী ময়ায়গী চ বিন্দুগা শমজিন্নরে।



খচ অসি কগ কর্ণগী তঙ্খাইনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

চ অসি কগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

কচ = গচ = $\frac{1}{2}$ × কগ

মরম অসিনা খচ গা কচ নত্রগা গচ গা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌরগা অদুমঙাই।

প্রমাণ—খচ গা কচ নত্রগা গচ গা মান্নদ্রবদি য়ান্নবদি খচ না কচ নত্রগা গচ দগী হেন্না চাওই হায়না নিংশি।

কচখ ত্রিভুজগী

খচ না কচ দগী হেন্না চাওরে ; (নিংবগী মতুং ইন্না)।

∴ খকচ ∠ > কখচ ∠। (৯গুবা উঃ)।

অমুক খচগ ত্রিভুজগী

খচ না গচ দগী হেন্না চাওরে ; (নিংবগী মতুং ইন্না)।

∴ চগখ ∠ > গখচ ∠। (৯বা উঃ)।

অহানবগী কোণগী ৱাশীশিং অসিগা অকোনবগী কোণগী ৱাশীশিং অসিগা তিন্নশিল্লগা

থকচ ∠ + চগথ ∠ > কথচ ∠ + গথচ ∠,

হায়বদি, থকগ ∠ + কগথ ∠ > কথগ ∠ অপুনবা।

তোইশুস্নং কথগ সমকোণী ত্রিভুজগী

কথগ ∠ + থকগ ∠ + কগথ ∠ = সম ∠ অনি।

(১৩তুব উঃ)

অদুগা কথগ ∠ = সম ∠ অমা। (পীবগী মপু হৈরা)।

মাম্নবা য়াগীশিংদগী অকোনবগী মাম্নবা য়াগীশিং অসি

থায়দোক্রগা

থকগ ∠ + কগথ ∠ = সম ∠ অমা।

∴ থকগ ∠ + কগথ ∠ = কথগ ∠।

∴ মথক্তা 'নংবগী মতুং ইন্না প্রমাণ তৌখিবা

থকগ ∠ + কগথ ∠ > কথগ ∠ হায়বা অসি ওইথোক্কু।

মতৌ অমুক তৌদুনা থচ না কচ নত্রগা গচ দগী চেন্না পিকই

হ য়না নিংলুরবমু ওইথে কুবা পস্তুংফম অমদা চংরে।

∴ থচ গা কচ নত্রগা গচ গা মখন্দে হায়না নিংবসি লাক্লি,

হায়বদি থচ গা কচ নত্রগা গচ গা মাপ্নে।

∴ থচ অসি কগ কর্ণগী তাঙ্খাইনি।

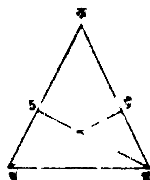
অঃ উঃ হঃ।

ত্রিভুজগী চপ চাননা মান্নবগী হিরমদা নৈননবা বাহং

(লামাই ৭১—৭৩)

১ । **বাহং**—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভূমিগী অরোইবা মচিল অনিগী বিন্দুদগী মায়য়োক্নবা বাহু অনি অদুগী মথক্তা চিংলিবা লম্ব অনি অদু মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভূমিগী অরোইবা মচিল খ অমসুং গ বিন্দুদগী কগ অমসুং কখ দা মথংশিংনা খট অমসুং গচ লম্ব ওইনা চিংলে ।



গচ গা খট গা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কগ = কখ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ (৫শুবা উঃ)

হায়বদি, চখগ ∠ = টগখ ∠ ।

খচগ অমসুং গটখ ত্রিভুজ অনি অসিগী

চখগ ∠ = টগখ ∠, (প্রমাণ তৌখে)

খচগ ∠ = গটখ ∠, (মখোই খুদিংমক সমকোণ হাদি) ;

অমসুং খগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ খচগ অমসুং গটখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ ।

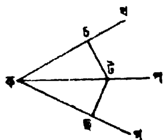
(১৭শুবা উঃ) ।

∴ গচ = খট ।

অঃ উঃ হঃ ।

২। বাহং—কোণবু তখাই তানা খায়বা লৈইদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমা বাহু অনি অদুদগী লাপ্পা চপ মান্নবা লৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—ট অসি খকগ কোণবু তখাই তানা খায়বা কপ লৈইদা লৈবা বিন্দু অমনি।



ট বিন্দু অসি কখ অমসুং কগ বাহুদগী লাপ্পা মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কখ অমসুং কগ দা মথংশিংনা টচ অমসুং টছ লম্ব চিংউ।

প্রমাণ—কচট অমসুং কছট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কচট ∠ = কছট ∠,

(মখোই থুদিংমক সমকোণ অমমমনি)।

চকট ∠ = ছকট ∠, (পাবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কচট অমসুং কছট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে।

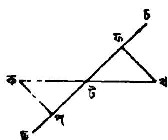
(১৭শুবা উঃ)।

∴ টচ = টছ,

হায়বদি, ট বিন্দু অসি কখ অমসুং কগ দগী লাপ্পা মান্নে।

অঃ উঃ ছিঃ।

৩। বাহং—কখ লৈই অচুম্বগী ময়ায় থংবা ট বিন্দু অসি ফাওদোকুনা লৈই অচুম্বা অমা চিংলে, অমসুং মসিগী মথক্তা ক অমসুং খ বিন্দুদগী কপ, খফ লম্ব চিংলে। কপ, খফ মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখ লৈই অচুম্বগী ময়ায় থংবা ট বিন্দু ফাওদোক্তুনা চটছ লৈই অচুম্বা চিংলে অমসুং মসিগী মথক্তা ক অমসুং খ বিন্দুদগী কপ অমসুং খফ লম্ব চিংলে।

কপ, খফ মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কপট অমসুং খফট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কটপ ∠ = খটফ প্রতীপ ∠,

কপট ∠ = খফট ∠,　　(মখোই খুদিংমক সমকোণনি)।

অমসুং কট = খট ;　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

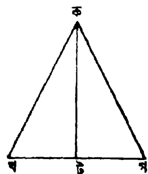
∴ কপট, খফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

(১১ শুবা উঃ)।

∴ কপ = খফ।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। **বাহং**—করিগুম্বা ত্রিভুজ অমগী মতোনগী কোণবু তন্থাই তানা খায়বা লৈইনা ভূমিগী লম্ব ওইরবদি ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোনগী খকগ কোণবু তন্থাই তানা খায়বা কট লৈই অসি খগ ভূমিদা লম্ব ওই।

কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখট, কগট ত্রিভুজ অনি অসিগী

খকট ∠ = গকট ∠, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কটখ ∠ = কটগ ∠, (মথোই খুদিংমক সমকোণনি)।

অমসুং কট অসি মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

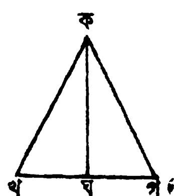
∴ কখট, কগট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে।
(১৭শুবা উঃ)।

∴ কখ = কগ।

∴ কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি।
অঃ উঃ হিঃ।

৫। ৱাহং—করিগুম্বা ত্রিভুজ অমগী মতোন থংবা বিন্দুদগী ভূমিগী মথক্তা চিংলিবা লম্বনা ভূমিবু অনি থোক্না চপমান্ননা খ'য়দোক্লবদি, ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু ক দগী খগ ভূমিগী মথক্তা চিংবা কঘ লম্বনা ভূমিবু তম্মাই তানা খায়দোকই।



কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী

খঘ = গঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কঘ মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কঘখ ∠ = মরক্তা লৈবা কঘগ ∠ ;
(মথোই খুদিংমক সমকোণনি)

∴ কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

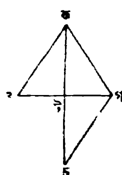
(৪শুবা উঃ)।

∴ কখ = কগ।

∴ কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। বাহং—করিগুম্বা ত্রিভুজ অমগী মতোন থংবা কোণবু তঙ্খাই তানা খায়বা লৈইনা ভূমিবু অনি থোক্না চপমান্ননা খায়দোক্লবদি, ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোনগী খকগ কোণবু কট না তঙ্খাই তানা খায়দোক্লগা খগ ভূমিবুসু অনি থোক্না চপমান্ননা খায়দোকই।

কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কট বু চ বিন্দু ফাওবা কট, টচ মান্ননবা শাংদোকউ অমসুং গচ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখট, চগট ত্রিভুজ অনি অসিগী

খট = গট, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কট = চট, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং মরক্তা লৈবা কটখ ∠ = মরক্তা লৈবা চটগ ∠;

(প্রতীপ কোণ ওইবা মরম্না)।

∴ কখট, চগট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

(৪শুবা উঃ)।

∴ কখ = গচ ;

অমসুং খকট ∠ = গচট ∠ ।

তৌইগুম্বসুং খকট ∠ = গকট ∠ । (পীবগী মতুং ইল্লা) ।

∴ গচট ∠ = গকট ∠, হায়বদি গচক ∠ = গকচ ∠ ।

হৌজিক কগচ ত্রিভুজগী

গকচ ∠ = গচক ∠ ;

∴ গচ = কগ । (৬শুবা উঃ) ।

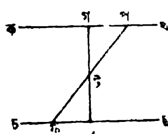
তৌইগুম্বসুং কখ = গচ । (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

∴ কখ = কগ ।

∴ কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭ । ৱাহং—সমান্তর লৈই অচুম্বা অনিনা ওমখৈ ওইবা লৈই অচুম্বা অমগী ময়ায় থংবা ৱিন্দু অমা সমান্তর লৈই অনি অদুদগী লাপ্পা চপমান্নবা লৈ হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওখুম—কখ, চছ সমান্তর ওইবা লৈই অনিনা ওমখৈ ওইবা পফ লৈইগী ট অসি ময়ায়গী বিন্দুনি ।

ট বিন্দু অসি কখ অমসুং চছ দগী লাপ্পা চপমান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

কখ দা লম্ব ওইনা কখ অমসুং চছ বু মথংশিনবা গ অমসুং ঠ দা উননবা গটঠ লৈই চিংউ ।

কখ, অমসুং চছ সমান্তর ওইবা মরম্না গটঠ অসি চছ দসু লম্ব ওইগনি । (১৪শুবা উঃ গী নৈননবা ৱাহং) ।

প্রমাণ—টগপ, টফঠ ত্রিভুজ অনি অসিগী

গটপ ∠ = ঠটফ ∠,　　(প্রতীপ কোণ ওইবা মরম্না)।

পগট ∠ = ফঠট ∠,　　(মথোই খুদিংমক সমকোণনি)।

অমসুং পট = ফট,;　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ টগপ, টফঠ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

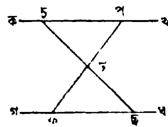
(১৭শুবা উঃ)।

∴ টগ = টঠ।

∴ ট বিন্দু অসি কখ অমসু চছ দগী লাপ্পা চপমান্নৈ।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। ৱাহং—সমান্তর লৈই অচুম্বা অনিনা ভমখৈ ওইবা করিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমগী ময়ায়থংবা বিন্দু ফাওদে ক্রুনা য়েংলিবা অতোপ্পা করিগুম্ব' লৈই অচুম্বা অমা হায়রিবা সমান্তর লৈই অচুম্বা অনি অদুনা ভমখৈ ওইরবদি লৈই অসি হায়খ্রিবা ময়ায় থংবা বিন্দুদা মান্ননা অনিথোক্লা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—ট অসি কখ, গঘ হায়বা সমান্তর লৈই অনি অসিনা ভমখৈ ওইবা পফ লৈই অচুম্বগী ময়ায়গী বিন্দুনি ; অমসুং কখ অমসুং গঘ না ভমখৈ ওইদুনা ট বিন্দু ফাওদোক্লুনা চছ লৈই অচুম্বা চিংলে।

চছ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকই, হায়বদি টচ অমসুং টছ মান্নৈ হায়বসি প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখ অমসুং গঘ সমান্তরনি, অমসুং পফ না মখোইবু প অমসুং ফ বিন্দুদা উনরি ;

∴ চপট ∠ = একান্তর ছফট ∠ । (১৪শুবা উঃ) ।

হেংজিক, চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসিগী

চপট ∠ = ছফট ∠, (প্রমাণ তৌখে) ।

চটপ ∠ = ছটফ প্রতীপ ∠, (৩শুবা উঃ) ।

অমসুং টপ = টফ ; (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে ।

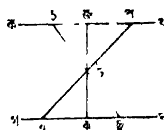
(১৭শুবা উঃ) ।

∴ টচ = টছ,

হায়বদি, চছ বু ট বিন্দুদা মান্ননা অনি থোক্লা খায়দোকই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৯ । য়াহং—সমান্তর সরল রেখা অনিদগী লাপ্পা চপমান্নবা করিগুম্বা বিন্দু অমা ফাওদোক্লুনা সমান্তর লৈই অনি অদু কক্লা লৈই অচুম্বা অনি চিংলবদি সমান্তর লৈই অনি অতুগী মখোইনা কককখংপ মতুপ অনি অদু মান্নগনি হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওখুম—কখ, গঘ সমান্তর লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নবা ট বিন্দু ফাওদোক্লুনা সমান্তর লৈই অনি অসিনা ওমখৈ ওইদুনা চছ অমসুং পফ লৈই অচুম্বা অনি চিংলে ।

চপ অমসুং ফছ মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি

ট ফাওদোক্লুনা জঝ অসি কখ দা লম্ব ওইনা চিংউ ;

অদু ওইরবদি জঝ অসি গঘ দসু লম্ব ওইগনি ।

প্রমাণ—টপজ, টফঝ ত্রিভূজ অনি অসিগী

জটপ ∠ = ঝটফ প্রতীপ ∠, (৩শুবা উঃ) ।

টজপ ∠ = টঝফ ∠, (মখোই খুদিংমক সমকোণনি) ।

অমসুং টজ = টঝ ; (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ টপজ, টফঝ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে ।

(১৭শুবা উঃ) ।

∴ টপ = টফ ।

অমুক কখ, গঘ সমান্তরনি অমসুং পফ না মখোইবু প অমসুং ফ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ চপট ∠ = একান্তর টফছ ∠ । (১৪শুবা উঃ) ।

চপট, ছফট ত্রিভূজ অনি অসিগী

চটপ ∠ = ছটফ প্রতীপ ∠, (৩শুবা উঃ) ।

চপট ∠ = ছফট ∠, (মখোই একান্তর কোণনি) ।

অমসুং টপ = টফ ; (প্রমাণ তেখে) ।

∴ চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে ।

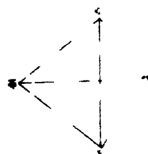
(১৭শুবা উঃ) ।

∴ চপ = ছফ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১০ । বাহং—কখগঘ চতুর্ভুজ অমগী কখ = কঘ অমসুং খগ = ঘগ ; কগ কর্ণনা মাহুনা শমজিন্নবা কোণ অনি অদুগী কোণ খুদিংমক অনি থোক্না মান্নবা থায়দোকই অমসুং খঘ গী মথক্তা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওথুম— কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ = কঘ অমসুং খগ = ঘগ, অমসুং কগ অমসুং খঘ কর্ণ চিংবদা ট বিন্দুদা করুরে।



(১) কগ না খকঘ অমসুং খগঘ কোণ খুদিংবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই, অমসুং (২) কগ ন খঘ দা লম্বনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—(১) কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ = ঘগ, (মরম অদুমক)।

অমসুং কগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি;

∴ কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে।

(৭শুবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ = ঘকগ ∠,

অমসুং খগক ∠ = ঘগক ∠,

হায়বদি কগ না খকঘ অমসুং খগঘ কোণ খুদিংবু তঙ্খাই তানা খায়দোকই।

(২) কখট, কঘট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)

কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা খকট ∠ = মরক্তা লৈবা ঘকট ∠;

(প্রমাণ তৌখে)।

∴ কখট, কঘট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে।

(৪শুবা উঃ)।

∴ কটখ ∠ = কটঘ ∠ ।

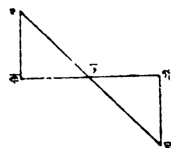
মখোই অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কট অসি খঘ দা লম্ব ওইরে,　　(সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না) ।

হায়বদি, কগ অসি খঘ দা লম্ব ওই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১১ । ৱাহং—কনাগুম্বা আমিন অমনা ভুরেল অমগী মরাক ওনগে হায়না নিংলে । ভুরেল অদু লানবগী খুদোং চাবা লৈরে । মরম অদুনা মহাক্না ভুরেলগী মপান্দা ক বিন্দুগী মথক্তা লেপ্লদুনা ৱাংমদা চুমদ্রিং চুম্না (মপা চপ চাননা) খ বিন্দু অসি হেংদুনা লেপথোক্লে । অদুদগী কখ লৈইগা সমকোণ তৌদুনা শাংহন্নিংবা শাংহন্দুনা কগ হায়বা লৈই অমা চিংলে, অমসুং কগ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্না মায়না খায়দোক্লে । অদুগী মতুংদা গ দগী কগ গী মথক্তা লম্ব ওইবা লম্বীদা অমুক চৎলকপদা ট অমসুং খ বু মাইকৈ অমত্তদা উবা বিন্দু অমা ফংলে । বিন্দু অদুগী মমিং ঘ থোল্লদুনা গঘ লৈইগী অশাংবা ওল্লে । শাংলিবা অসিমক ভুরেল অদুগী মরাকনি হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখ না ভুরেলগী মরাকনি : ট অসি তোর্ব্বানগী মরিন্দা কখ দা লম্ব ওইবা কগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ; অমসুং খট শম-জিন্নদুনা শাংদোকপদা কগ দা লম্ব ওইবা লম্বী গঘ লৈই অচুম্ববু ঘ বিন্দুদা কক্লে ।

কখ হায়বা তুরেল মরাক অসিগা গঘ গা মাপ্পৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখ অমসুং গঘ অসি কগ লৈই অচুম্বদা মখোই অনি-
মক লম্ব ওই;

∴ কখ গা গঘ গা সমান্তর ওই।

অমুক কখ অমসুং গঘ সমান্তরনি, খঘ না মখোইবু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা উটৈ;

∴ কখঘ ∠ = একান্তর গঘখ ∠,

হায়বদি কখট ∠ = গঘট ∠ ।

হৌজিক, কখট, গঘট ত্রিভুজগী অনি অসিগী

কখট ∠ = গঘট ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

খকট ∠ = ঘগট ∠, (মখোই খুদিংমক সমকোণনি)।

অমসুং কট = গট; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখট, গঘট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাপ্পৈ।

(১৭শুবা উঃ)।

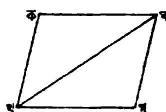
∴ কখ = গঘ।

∴ গঘ ওনবগা, তুরেল মরাক কখ ওনবগা মাপ্পৈ।

অঃ উঃ হিঃ।

(লোমাই ৮৭—৮৮)

১। বাহং—চতুর্ভুজগী মায়োক্নবা বাহুমখৈ মান্নবদি চতুর্ভুজ অদু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী মায়োক্নবা কঘ, খগ বাহুশিং অসি মান্নৈ, অমসুং মায়োক্নবা কখ, ঘগ বাহুশিং অাসমু মান্নৈ।

কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খঘ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখঘ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কখ = ঘগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

কঘ = খগ, (মরম অদুমক্না)।

অমসুং খঘ মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কখঘ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

(৭শুবা উঃ)।

∴ কঘখ ∠ = গখঘ ∠ ।

তৌইগুম্বসুং মখোই অসি একান্তর কোণ ওাক্নি ;

∴ কঘ গা খগ গা সমান্তর ওই। (১৩ শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম তৌত্নুনা কগ শমজিন্নরগা

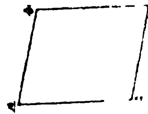
কখ গা ঘগ গা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

২। বাহং—চতুর্ভুজগী মায়োক্নবা কোণ মথৈ মান্নরবদি চতুর্ভুজ অদু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী মায়েক্কবা কখগ অমসুং কঘগ কোণ মান্নে ; অদুগা মায়োক্কবা খকঘ অমসুং খগঘ কোণসু মান্নে।



কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী

কখগ ∠ = কঘগ ∠, (পীবগী মতু' ইন্না)।

অমসুং খকঘ ∠ = খগঘ ∠, (মরম অদুমক্কা) .

অহানবগী মান্নবা কোণশিং অসিদা অকোনবগী মান্নবা কোণশিং অসি হিন্নশিল্লবদি,

কখগ ∠ + খকঘ ∠ = কঘগ ∠ + খগঘ ∠ ।

তৌইগুম্বসুং কখগঘ চতুর্ভুজগী

কঘগ ∠ + খগঘ ∠ + খকঘ ∠ + কখগ ∠

= সম ∠ মরি। (১৬শুবা উঃ গী খণ্ডবা নং ১)।

$$\therefore \text{ কখগ } \angle + \text{খকঘ } \angle = \frac{\text{সম } \angle \text{ ৪}}{\text{২}} = \text{সম } \angle \text{ ২}$$ ।

হৌজিক, কঘ অমসুং খগ বু কখ না ক অমসুং খ দা উন্নরগা,

নাকল অমগী মনুংগী কখগ ∠ + খকঘ ∠ = সম ∠ ২।

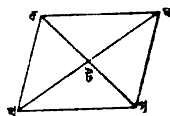
∴ কঘ অমসুং খগ সমান্তর ওই। (১৩শুবা উঃ)।

মতৌ অমুম তৌদুনা কখ অমসুং ঘগ সু সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৩। **বাহং**—চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অমনা অমবু অনিথোক্না চপ মান্নবা কন্নবদি চতুর্ভুজ অদু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওখুম— কখগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু চপ মান্নবা অনি থোকনা ট বিন্দুদা ককনৈ।

কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কটখ, গটঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কট = গট, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খট = ঘট, (মবম অঙুমক্না)

অমসুং মরক্তা লৈবা কটখ ∠ = মরক্তা লৈবা গটঘ ∠ ;

(প্রতীপ কোণ ওইবা মরম্না)।

∴ কটখ, গটঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

(৪শুবা উঃ)।

∴ খকট ∠ = টগঘ ∠,

হায়বদি খকগ ∠ = কগঘ ∠ ।

মখোই অসি একান্তর কোণনি।

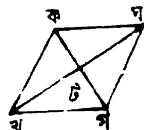
∴ কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি। (১৩শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম তৌদুনা কঘ অমসুং খগ সু সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। মাহং—সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অমনা অমবু সমকোনদা অ'ন থোক্না চপ মান্ননা ককই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ অনি অসি কর্ণনি।

কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু সমকোনদা অনি থো'ক্না চপ মান্ননা কক্কে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ - খকঘ, খগঘ ত্রিভুজগী
কখ = গখ, (পীবগী মতু' ইন্ন)
কঘ = গঘ, (মরুম অদুমক্না)।
অমসুং খঘ মথোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি ;
∴ খকঘ, খগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে।
(৭শুবা উঃ)।

∴ কখঘ ∠ = গখঘ ∠,
হায়বদি কখট ∠ = গখট ∠।
অমুক কখট, গখট ত্রিভুজগী
কখ = গখ,
খট অসি মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,
অমসুং মরক্তা লৈবা কখট ∠ = মরক্তা লৈবা গখট ∠ ;
∴ কখট, গখট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে।
(৪ শুবা উঃ)।

∴ কট = গট।

অমুক কটখ ∠ = গটখ ∠ ।

মখোই অসি তাইনবা কোণনি।

∴ কটখ, গটখ কোণ খুদিংমক সমকোণনি।

∴ খট অসি কগ দা লম্ব ওই।

কট = গট প্রমাণ তৌখ্রে।

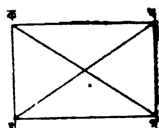
মতৌ অদুগুম্না খট = ঘট হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ সমবাহু চতুর্ভূজগী কগ অমসুং কঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু সমকোন্দা অনিথোক্না চপমন্নবা ককনৈ।

অঃ উঃ হিঃ।

৫ ৱাহং—সামান্তরিকা কর্ণ অনি মান্নরবদি মহাক্কী কোণ অপুম্বা সমকোণনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগঘ সামান্তরিক্কী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নৈ।



কখগঘ সামান্তরিক্কা কোণ অপুম্বা সমকোণনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ, ঘগখ ত্রিভুজগী

কখ = ঘগ, (পীরবগী মতুং ইন্না)।

কগ = ঘখ, (মরম অদুমক্না) ।

অমস্তুং থগ অসি মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কথগ, ঘগথ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ।

(৭ শুবা উঃ) ।

∴ কথগ ∠ = ঘগথ ∠ ।

তৌইগুম্বস্তুং কথ অমস্তুং ঘগ সমান্তরনি, অমস্তুং থগ না মখোইবু থ অমস্তুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

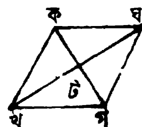
∴ নাকল অমত্তগী মস্তুংগী কথগ ∠ + ঘগথ ∠ = সম ∠ অনি ।

∴ কথগ, ঘগথ কোণ খুদিংমক সমকোণ অমমম ওইরে। মতৌ অস্তুম তৌদুনা, থকঘ, গঘক কোণ খুদিংমক সমকোণ অমমম ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

∴ কথগঘ সামান্তরিকী কোণ অপুম্ব সমকোণ ওক্নি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। ৱাহং—আয়ত ওইদবা সামান্তরিকী কর্ণ অনি মান্নদে হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কথগঘ সামান্তরিক অসি আয়ত ওইদে, হায়বাদি মসিগী মস্তুংগী বাণ অমত্তা সমকোণ ওইদে।

কথগঘ সামান্তরিকী কগ অমস্তুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নদে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—য়ারবদি কথগঘ সামান্তরিকী কগ অমস্তুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নৈ হায়না নি শি ।

হৌজিক কখগ, ঘগখ ত্রিভুজ অনিগী

কখ = ঘগ,　　(পীবগী মতুং ইন্না) ।

কগ = খঘ,　　(নিংবগী মতুং ইন্না) ।

অমসুং খগ মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কখগ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে ।

(৭শুবা উঃ) ।

∴ কখগ ∠ = ঘগখ ∠ ।

তৌইগুম্বসুং কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, অমসুং খগ না মখোইবু খ অমসুং গ বিন্দুদা উৈ ;

∴ কখগ ∠ + ঘগখ ∠ = সম ∠ অনি ।　　(১৪শুব উঃ) ।

∴ কখগ, ঘগখ কোণ খুদিংমক সমকোণ ওইরে, মসিদি পীবগী মতুং ইন্না ওইথোক্কে ।

∴ কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নে হায়ন নিংবা লাল্লি, হায়বদি কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নদে ।

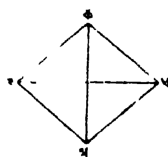
অঃ হিঃ উঃ ।

সমান্তর অমসুং সামান্তরিকী মরীদা নৈনবা বাহং ।

(তথ্যাই তানবা অমসুং মথক্তা থাজৎপা)

(লামাই ৮৮ – ৯০)

১ । বাহং—সমবাহু চতুর্ভুজবু কর্ণ অমদা থুগ্লবদি থুগ্লিবা অতুগী নাকল অনিমক্তা লৈবা ত্রিভুজ অনিমক পুমহিনতিন্নে নত্রগা সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণগী নাকলদা লৈবা শরুক অনি অতু চপ চাম্নবা তথ্যাইনী হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওথুম—কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ শমজিন্নরে।

কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজ অসি কগ কর্ণদা থুপ্লবদি মসিগী নাকন অনিদা লৈবা কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি চপ চান্নবা লোইনৈ, হ্যবদি কগ কর্ণগী নাকলদা লৈবা কখগ অমসুং কঘগ শরুক অনি অসি চপ চাবা তক্লাইনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

খক = খগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খকগ ∠ = খগক ∠ । (৫শুবা উঃ)।

অমুক কঘ অমসুং খগ সমান্তরবনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ,

∴ খগক ∠ = একান্তর গকঘ ∠ । (১৪শুব উঃ)।

∴ খকগ ∠ = গকঘ ∠ ।

তৌজিক, কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজ অসি কগ গী মতুং ইন্না কখগ ত্রিভুজ অসি কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা থুপচিনশি।

অদুওইরবদি খকগ ∠ = গকঘ ∠, (প্রমাণ তৌখে)।

∴ কখ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা তাগনি।

অদুগা কখ = কগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা তিন্নগে।

∴ খগ বাহুগা গঘ বাহুগা লোন্নগে।

∴ কখগ ত্রিভুজগা কঘগ ত্রিভুজগা মশা পূম্নমক পুমতিন তিন্নখ্রে,

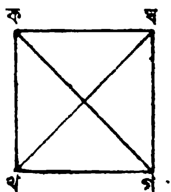
ছায়বদি কখগ, কঘগ ত্রিভুজ খুদিংমক কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী তঙ্খাইনী।

মসৌ অসুম তৌদুনা খঘ কর্ণদা থুপ্লবসু, কখঘ ত্রিভুজগা গখঘ ত্রিভুজগা চপ চানা লোয়্নে হায়বদি ত্রিভুজ খুদিংমক সমবাহু চতুর্ভুজ কখগঘ গী তঙ্খাইনী হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

অঃ উঃ হিঃ।

২। ৱাহৈং—বর্গক্ষেত্রগী কর্ণ অনিমক মচুগী চানবা মেরুনি হায়বা প্রমাণ তৌ, অদুগা বর্গক্ষেত্রগী চানবা অতোপ্পা মেরু অনি অদু হায়য়ু।

পাওথুম—কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী কগ অমসুং খঘ শমজিন্নরে।



কখগঘ বর্গক্ষেত্র অসিগী কগ নত্রগা খঘ কর্ণ অসি মাগী চানবা মেরুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

খক = খগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খকগ ∠ = খগক ∠, (৫শুবা উঃ)।

অমুক কঘ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ খগক ∠ = একান্তর ঘকগ ∠, (১৪শুবা উঃ) ।

∴ খকগ ∠ = ঘকগ ∠ ।

হৌজিক, কখগঘ বর্গক্ষেত্র অসি কগ কর্ণগী মতুং ইন্না কখগ ত্রিভুজনা কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা থুপচিনসি ,

অদু ওইরবদি,

খকগ ∠ = ঘকগ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

∴ কখ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অদুগা কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা তিন্নগনি ;

∴ খঘ বাহুগা গঘ বাহুগা তিন্নরে :

∴ কখগ ত্রিভুজ মশা অপূম্বা কঘগ ত্রিভুজ মশা অপূম্বগা চপ চান্ননা তিন্নখ্রে ।

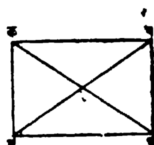
∴ কগ কর্ণ অসি কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী মেরুনি ।

মতৌ অসুম তৌদুনা খঘ কর্ণ অসিসু কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী মেরুনি হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ।

কঘ, খগ মায়োক্নবা বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দু অনি শমজিন্নবা লৈই অচুম্বগা অমসুং কখ, ঘগ মায়োক্নবা বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দু অনি শমজিন্নবা লৈই অচুম্বগা অনি অসিসু কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী মেরু ওাকনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। **বাহং—**আয়তকী কর্ণ অনিমক্না মাতুবু পূম্নান মান্নবা ত্রিভুজ অনিথোক্না থায়দোকই ; মরম অসিনা কর্ণবু চানবা মেরুনি হায়বা য়াগদ্রা ? করম্বা নৈই অনিবু মাতুগী চানবা মেরু হায়বা য়াবগে ?



পাওথুম—কখগঘ আয়তকী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অসি চিংলে।

কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসিনা কখগঘ আয়তপু মশা পূম্নমক মান্নবা কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অমসুং কঘখ, গঘখ ত্রিভুজদা মথংশিংনা থায়দোক্লবসু, কর্ণ অনি অসি আয়তকী চানবা মেরু নত্তে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখ বাহুগা খগ বাহুগা মান্নদে। (পীবগী মতুং ইন্না)।

করিগুম্বা খগ না কখ দগী হেন্না চাওরবদি,

খকগ ∠ > কগখ ∠। (৯শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং, কঘ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মথোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ কগখ ∠ = একান্তর গকঘ ∠। (১৪শুবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ > গকঘ ∠।

হৌজিক কখগঘ আয়তপু কগ কর্ণগী মতুং ইন্না কখগ ত্রিভুজনা কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা থুপচিনসি।

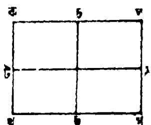
অদু ওইরবদি, খকগ ∠ > গকঘ ∠ । । প্রমাণ তৌখে) ।

∴ কখ বাহুনা কঘ বাহুগী নাকন্দা গকঘ কোণগী মপান্দঃ তাখিগনি ।

কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি অহোংবা ফিবমদা মশা পুন্নমক তিন্নবা য়ারবস্থু, কগ কর্ণগী মতুং ইন্না থুপ্পবদি মখোই অনিগী মশা পুন্নমক চানদে ।

∴ কগ কর্ণ অসি কখগঘ আয়তকী চানবা মেরু নত্তে ।

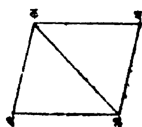
মতৌ অমুন্না খঘ কর্ণস্থু কখগঘ আয়তকী চানবা মেরু নত্তে হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।



কখগঘ আয়তকী চছ অসি মায়োক্নবা কঘ অমস্থুং খগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু অনি শমজিন্নবা লৈইনি ; মতৌ অদুগুম্না টঠ স্থু মায়োক্নবা কখ অমস্থুং ঘগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু অনি শমজিন্নবা লৈইনি ।

চছ অমস্থুং টঠ লৈই অচুম্বা অনিমক কখগঘ আয়তকী চানবা মেরু অনিনি হায়বা য়াই । অঃ উঃ হিঃ ।

৪। ৱাহং—অপৈবা সামান্তরিকী চানবা মেরু লৈবা য়াব্রা ? মরম পীদুনা নহাক্কী পাওথুম খঙহল্লু ।



পাওথুম—কখগঘ অসি অপৈবা সামান্তরিক অমনি ।

কখগঘ সামান্তরিকী চানবা মেরু লৈবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

(১) কগ কর্ণ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখ অমসুং খগ বাহু অনি অসি মান্নদে।

(পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ না কখ দগী হেন্না চাওই হায়না নিংশি।

অদু ওইরবদি, খকগ ∠ > কগখ ∠ ।   (৯শুবা উঃ)।

অমুক কঘ, খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ কগখ ∠ = একান্তর ঘকগ ∠ ।   (১৪শুবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ > ঘকগ ∠ ।

হৌজিক, কখগঘ অপৈবা সামান্তরিক অসি কগ কর্ণগী মতুং ইন্না থুপসি,

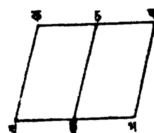
অদু ওইরবদি খকগ ∠ > ঘকগ ∠ ।

∴ কখ বাহুনা ঘকগ কোণগী মপান্দা কঘ বাহুগী নাকন্দা তাখিগনি।

∴ কগ কর্ণ অসি কখগঘ অপৈবা সামান্তরিকী মেরু ওইবা য়াদ্রে।

মতৌ অমুম্না খঘ কর্ণসু সামান্তরিক অসিগী মেরু ওইবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

(২) কখগঘ অপৈবা সামান্তরিক্তা চছ অসি মায়োক্নবা কঘ অমসুং খগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অচুম্বনি।



প্রমাণ—চ অসি কঘ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ কচ = $\frac{1}{2}$ কঘ,

মতৌ অম্মুম্না খছ = $\frac{1}{2}$ খগ।

তৌইগুম্বসুং কঘ = খগ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কচ = খছ।

হৌজিক কচ গা খছ মানম্মু মান্নৈ অমসুং সমান্তরম্মু ওই ;

∴ কখ অমসুং চছ সমান্তর ওই। (২০শুব উঃ)।

অমুক চছ অমসুং কখ সমান্তর ওই অমসুং কঘ না মখোইবু চ অমসুং ক বিন্দুদা কক্লি ;

∴ মপানগী ছচঘ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা খকচ ∠ ।

(১৪শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং, খকচ ∠ হায়বদি খকঘ ∠ অসি সমকোণ নত্তে।

∴ ছচঘ কোণম্মু সমকোণ নত্তে।

∴ মাগী পরিপূরক কচছ কোণম্মু সমকোণ নত্তে।

∴ কচছ অমসুং ছচঘ কোণ অনি অসি মান্নদে।

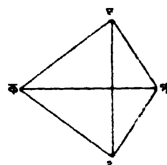
তৌজিক কখগঘ অপৈবা সামান্তরিক অসিবু চছ গী মতুং ইন্না থূপ্পদা কচছ কোণগা ছচঘ কোণগা মান্নদবনিনা কচ বাহুনা চঘ বাহুগী মথক্তা তাবা ঙমদে।

∴ কখগঘ অপৈবা সামান্তরিকী চছ অসি চানবা মেরু ওইবা য়াদে।

মতৌ অসুম তৌদুনা কখ অমসুং ঘগ মায়োক্নবা বাহু অনিগী ময়াইগী বিন্দু অনি অদু শমজিন্নবা লৈই অচুম্বা অদু সামান্তরিকী চানবা মেরু ওইবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ অপৈবা সামান্তরিকী মেরু ওইবা য়াবা লৈই অমত্তা লৈতে। অঃ উঃ হিঃ।

৫। বাহৎ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ = কঘ অমসুং গখ = গঘ ; অদুগা বাহু পুম্নমক্তি মান্নদে। করন্বা কর্ণনা মদুগী চানবা মেরুনো হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজদা কখ = কঘ অমসুং গখ = গঘ ; কগ অমসুং খঘ কর্ণ চিংলে।

কখগঘ চতুর্ভুজ অসিগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসিগী করন্বনা চানবা মেরুনো হায়বদু প্রমাণ তৌদুনা পুথোক্কদবনি।

প্রমাণ—কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কখ = কঘ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

খগ = গঘ, (মরম অদুমক্না)।

অমসুং কগ মখোই অনিমক তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুম্নমক মান্নে। (৭ত্তবা উঃ)।

∴ খকগ ∠ = ঘকগ ∠ ।

হৌজিক কখগঘ চতুর্ভুজ অসিবু কগ কর্ণগী মতুং ইন্না কখগ ত্রিভুজনা কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা তানবা থুপচিনশি।

অদু ওইরবদি, খকগ ∠ = ঘকগ ∠ ,

∴ কখ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা তাগনি।

অদুগা কখ = কঘ, (পীবগী মতু· ইন্না)।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা ত্তিন্নগনি ;

∴ গখ বাহুগা গঘ বাহুগা লোয়নখ্রে।

∴ কখগ ত্রিভুজগী মশা পূন্নমক কঘগ ত্রিভুজগা পুমণ্ডিন ত্তিন্নখ্রে।

∴ কগ কর্ণ অসি কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেকনি।

অমুক হন্না কখঘ, গখঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী খঘ হাযবা মখোই অনি ত্তিন্নবা বাহু অসি নত্তনা মান্নবা বাহু অতৈ লৈত্রে।

∴ কখঘ, গখঘ ত্রিভুজ অনি অসি মান্নদে।

∴ খঘ কর্ণ অসি কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেক নত্তে।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। বাহং—মথক্তা থাঙ্গদুনা প্রমাণ তৌ—

(১) সামান্তরিক অনিগী মমুংদা অমগী নক্নবা বাহু অনি অতোপ্পগী নক্নবা বাহু অনিগা অদুগা অমগী কোণ অমা অতোপ্পগী কোণ অমগা মান্নরবদি, সামান্তরিক অনি অদু পূম্মান মান্নৈ।

(২)　আয়ত অনিগী মনুংদা অমগী নক্লবা বাহু অনি মথং শিংনা অতোপ্পগী নক্লবা বাহু অনিগা মান্নরবদি আয়ত অনি অদু পুন্মান মান্নৈ।

পাওথুম—(১)　কখগঘ, চছজঝ সামান্তরিক অনি অসিগী নক্লবা কখ = চছ, অমসুং খগ = ছজ, অমসুং খগঘ ∠ = ছজঝ ∠ ।



কখগঘ, চছজঝ সামান্তরিক অনি অসি পুন্মান মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ — কখগঘ সামান্তরিকতা

কখ = ঘগ,　　　(২১ শুবা উঃ)।

মতৌ অদুগুম্না,

চছ = ঝজ ।

তৌইশুম্বসুং, কখ = চছ,　　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘগ = ঝজ ।

অমুক, কখ, ঘগ সমান্তরনি অমসুং খগ না মখোইবু খ অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ।

∴ নাকল অমত্তগী মনুংগী কখগ ∠ + খগঘ ∠

= সম ∠ অনি।　　　(১৪ শুবা উঃ)।

হায়বদি কখগ ∠ অসি খগঘ ∠ গী পরিপূরকনি।
মতৌ অসিগুম্না চছজ ∠ অসি ছজঝ ∠ গী পরিপূরকনি।
তৌইগুম্বসুং, খগঘ ∠ = ছজঝ ∠ , (পীবগী মতু' ইন্না)।

∴ কখগ ∠ = চছজ ∠ ।

হৌজিক, কখগঘ সামান্তরিক অসি চছজঝ সামান্তরিককী মথক্তা খ বিন্দুনা ছ বিন্দুগী মথক্তা, খগ বাহুনা ছজ বাহুগী মথক্তা তানবা থাঙ্গৎসি।

অদু ওইরবদি, খগ = ছজ, (পীবগী মতু' ইন্না)।

∴ গ বিন্দুগা জ বিন্দুগা তিন্নখিগনি ,

∴ খগ বাহুগা ছজ বাহুগা চপচানা লোন্নখ্রে।

অমুক খগ বাহুগা ছজ বাহুগা তিন্নখ্রে,

অমসুং কখগ ∠ = চছজ ∠ , (পমা- তৌখ্রে)।

∴ খক বাহুনা ছচ বাহুগী মথক্তা তাগনি।

অদুগা কখ = চছ , (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা তিন্নগনি।

অমুক হন্না, খগ গা ছজ গা তিন্নখ্রে,

অমসুং খগঘ ∠ = ছজঝ ∠ , (পীবগী মতু' ইন্না)।

∴ গঘ বাহুনা জঝ বাহুগী মথক্তা তাগনি।

অদুগা গঘ = জঝ ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ ঘ বিন্দু অসি ঝ বিন্দুগা তিন্নগনি।

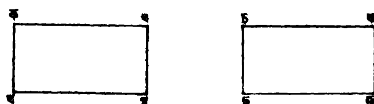
হৌজিক্তি ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা তিন্নখ্রে,

অমসুং ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নখ্রে ;

∴ কঘ বাহুগা চঝ বাহুগা তিন্নখ্রে।

∴ কখগঘ সামান্তরিকা চছজঝ সামান্তরিকা পুমতিন তিন্নখ্রে।

(২) কখগঘ, চছজঝ আয়ত অনি অসিগী নকুবা কখ = চছ অমসুং খগ = ছজ।



কখগঘ, চছজঝ আয়ত অনি অসি পুম্নান মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগঘ আয়তকী

কখ = ঘগ।　　(২১শুবা উঃ)।

অদুগা চছজঝ আয়তকী,

চছ = ঝজ।　　(২১শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বসুং কখ = চছ,　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘগ = ঝজ।

হৌজিক, কখগঘ আয়ত অসি চছজঝ আয়তকী মথক্তা খ বিন্দুনা ছ বিন্দুগী মথক্তা তানবা, খগ বাহুনা ছজ বাহুগী মথক্তা তানবা থাঙ্গৎসি।

খগ = ছজ,　　(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ গ বিন্দুগা জ বিন্দুগা তিন্নগনি।

অমুক খগ গা ছজ গা লোয়ন্থে,

অমসুং কখগ ∠ = চছজ ∠ ; (মখোই খুদিং সমকোণনী) ।

∴ খক বাহুনা ছচ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অদুগা কখ = চছ, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা ভিন্নগনি ।

অমুক হন্না, খগ বাহুগা ছজ বাহুগা লোয়ন্থে,

অমসুং খগঘ ∠ = ছজঝ ∠ ; (মখোই খুদিং সমকোণনী) ।

∴ গঘ বাহুনা জঝ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অদুগা ঘগ = ঝজ, (প্রমাণ তৌখে) ।

∴ ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা ভিন্নগনি ।

হৌজিক্ক, ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা অদুগা ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা মথংশিংনা ভিন্নখ্রে ।

∴ কঘ বাহুগা চঝ বাহুগা লোয়ন্থে ।

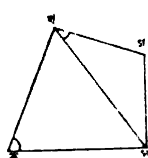
∴ কখগঘ আয়তকা চছজঝ আয়তকা মশা পূন্নমক পুনতিন ভিন্নখ্রে ।

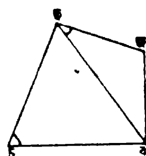
∴ কখগঘ অমসুং চছজঝ আয়ত অসি অসি পূন্মান মান্নে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭ । য়াহং—কখগঘ, চছজঝ চতুর্ভুজ অনিগী মমুংদা কখ, খগ, গঘ, ঘক মথংশিংনা চছ, ছজ, জঝ, ঝচ বাহুগা মান্নে অমসুং খকঘ কোণ ছচঝ কোণগা মান্নে । ক্ষেত্র অনি অসি অমগা অমগা পুনতিন ভিন্নহনবা য়াই হায়বদু উৎলু ।

পাওথুম—কখগঘ, চছজঝ চতুর্ভূজ অনি অসিগী কখ, খগ, গঘ, ঘক মথংশিংনা চছ, ছজ, জঝ, ঝচ বাহুগা মান্নে অমসুং খকঘ কোণ ছচঝ কে ণগা মান্নে।





কখগঘ, চছজঝ চতুর্ভূজ অনি অসি অমনা অমগী মথক্তা থাঙ্গৎপদা পূর্বতিন ঁশিন্নগনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খঘ অমসুং ছঝ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভূজ অসি চছজঝ চতুর্ভূজগী মথক্তা ক বিন্দুনা চ বিন্দুগী মথক্তা তানবা অমসুং কখ বাহুনা চছ বাহুগী মথক্তা তানবা থাঙ্গৎসি।

অদুগা কখ = চছ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খ বিন্দুগা ছ বিন্দুগা তিন্নখিগনি।

অমুক কখ বাহুগা চছ বাহুগা তিন্নখ্রে, অমসুং

খকঘ ∠ = ছচঝ ∠ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কঘ বাহুনা চঝ বাহুগী মথক্তা তাগনি।

অদুগা কঘ = চঝ ;

∴ ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নগনি।

হৌজিক খ বিন্দুগা ছ বিন্দুগা তিন্নখ্রে অমসুং ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নখ্রে ;

∴ খঘ বাহুগা ছঝ বাহুগা লোম্নখ্রে।

অমুক হন্না, খগঘ, ছজঝ ত্রিভুজগী

খঘ গা ছঝ গা লোম্নখ্রে,

খগ = ছজ, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমম্নুং গঘ = জঝ ; (মরম অদুমক্কা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নে।

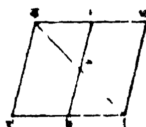
∴ মখোই অনি মশা পূম্নমক্কা তিম্নগনি।

∴ কখগঘ, চঝজঝ চতুর্ভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক পুনতিন তিম্নরে।

অ: উ হি:

মথক্ত মথা অয়াম্বা পুকবোক্পী বাহং

৮। বাহং—সামান্তরিকী মায়োক্নবা বাহু অনিনা ঙমখৈ ওইবা লৈই অচুম্বা অমা কর্ণগী ময়া'য় থংব বিন্দুদা কররবদি লৈই অদু বিন্দু অদুদা অনি থোক্না চপমান্নবা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ সামান্তরিকী ট অসি কগ কর্ণগী ময়ায়গী বিন্দুনি, ট বিন্দু ফাওদোক্লুনা মায়োক্নবা কঘ, খগ বাহুনা ঙমখৈ ওইবা চছ লৈই চিংলে।

চছ লৈইবু ট বিন্দুদা অনি থোক্না চপমান্নবা খায়দোকই, হায়বদি টচ অমম্নুং টছ মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগবদনি।

প্রমাণ—কঘ, খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ ঘকগ ∠ = একান্তর খগক ∠, (১৪শুবা উঃ) ।

হায়বদি চকট ∠ = ছগট ∠ ।

ছোজিক, কচট, গছট ত্রিভুজগী

চকট ∠ = ছগট ∠, (প্রমাণ তৌখে)।

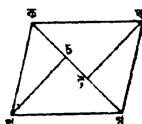
কটচ ∠ = গটছ ∠, (প্রতীপ কোণ ওইবা মরম্না) ।

অমসুং কট = গট ; (পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্ণমক মান্নৈ । (১৭শুবা উঃ) ।

∴ টচ = টছ । অঃ উঃ হিঃ ।

৯। ৱাহং—সামান্তরিকী কর্ণ অমগী মথক্তা মায়োক্নবা কোণ অনিদগী লম্ব চিংলবদি, লম্ব অনি অছু মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ ।



পাওখুম—কখগঘ সামান্তরিকী কগ কর্ণগী মথক্তা খচ, ঘট লম্ব চিংলে ।

খচ গা ঘট গা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখ, ঘগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ খকগ ∠ = ঘগক একান্তর ∠, (১৪শুব উঃ) ।

হায়বদি, খকচ ∠ = ঘগট ∠ ।

হৌজিক কখচ, গঘট ত্রিভুজগী

খকচ ∠ = ঘগট ∠, (প্রমাণ তৌখে) ।

কচখ ∠ = গটঘ ∠, (মখোই খুদিং সমকোণনী) ।

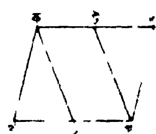
অমস্থং কখ = গঘ ; (২১শুবা উঃ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্নক মান্নে । (১৭শুবা উঃ) ।

∴ খচ = ঘট । **অঃ উঃ লিঃ ।**

১০ । **বাহং**—কখগঘ সামান্তরিকী মনুংদা ট অমস্থং ঠ অসি মথংশিংনা কঘ অমস্থং খগ বাহুগী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ; কঠগট সামান্তরিক্কি হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওথুম—কখগঘ সামান্তরিকী মনুংদা ট অমস্থং ঠ অসি মথংশিংনা কঘ অমস্থং খগ গী ময়ায় থংব বিন্দুনি, কঠ অমস্থং গট শমজিন্নবে ।



কঠগট অসি সামান্তরিক্কি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—ট অসি কঘ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ কট = ½ কঘ ।

অমুক ঠ অসি খগ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ,

∴ ঠগ = ½ খগ ।

তৌইশুমস্থং কখগঘ সামান্তরিকী

কঘ = খগ ; (২১শুবা উঃ) ।

∴ কট = ঠগ ।

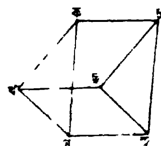
হৌক্তিক্তি, কট অমসুং ঠগ অনি অসি মাগী অমসুং সমান্তর ওই ;

∴ কঠ অমসুং টগ অনি অসি মাগী অমসুং সমান্তর ওই।
(২০ শুবা উঃ)।

∴ কঠগট অসি সামান্তরিক্তি।

অঃ উঃ হিঃ।

১১। ৱাহং—কখগ, চছজ ত্রিভুজশী মসুংদা কখ, খগ মথং-শিংনা চছ, ছজ গা মাগী অমসুং সমান্তরনি ; কগ, চজ মাগী অমসুং সমান্তরনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগ, চছজ ত্রিভুজশী মসুংদা কখ, খগ মথংশিংনা চছ, ছজ গা মাগী অমসুং সমান্তরনি।

কগ অমসুং চজ মাগী অমসুং সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কচ, খছ অমসুং গজ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখ অমসুং চছ মাগী অমসুং সমান্তর ওই ;
(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কচ অমসুং খছ মাগী অমসুং সমান্তর ওই।
[২০ শুবা উঃ]।

অমুক খগ অমসুং ছজ মাগী অমসুং সমান্তর ওই ;
[পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ খছ অমসুং গজ মাগ্নৈ অমসুং সমান্তর ওই ।

[২০শুবা উঃ] ।

হৌজিক্তি, কচ অমসুং গজ মখোই খুদিংনা খছ মথন্তগা মান্নরে অমসুং সমান্তর ওইরে ;

∴ কচ অমসুং গজ অনি অসি মাগ্নৈ অমসুং সমান্তর ওই ।

∴ কগ অমসুং চজ মাগ্নৈ অমসুং সমান্তর ওই । [২০শুবা উঃ] ।

অঃ উঃ হিঃ ।

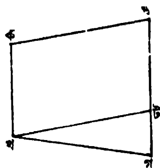
১২ । ৱাহং—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ গা ঘগ গা সমান্তরনি ; অতুগা কঘ গা খগ গা মাগ্নৈ, সমান্তরদি নত্তে ; প্রমাণ তৌ—

(১) ক কোণ+গ কোণ=১৮০° =খ কোণ+ঘ কোণ ।

(২) কগ কর্ণ=খঘ কর্ণ ;

(৩) কখ অমসুং ঘগ গী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অত্থ চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি ।

পাওথুম—(১) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ গা ঘগ গা সমান্তরনি, অমসুং কঘ গা খগ গা মাগ্নৈ ।



ক কোণ+গ কোণ=১৮০°=খ কোণ+ঘ কোণ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

খ দগী কঘ গা সমান্তর ওইনা খচ চিংউ ।

প্রমাণ—কখটঘ চতুর্ভুজগী

কখ গা ঘট গা সমান্তর ওই, (পীবগী মতুং ইন্না) ।

অমসুং কঘ গা খট গা সমান্তর ওই । (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ কখটঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিক্নি । (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না) ।

∴ কঘ = খট ।

তৌইগুম্বসুং কঘ = খগ ;

∴ খট = খগ ।

হৌজিক খটগ ত্রিভুজগী

খট = খগ ; (প্রমাণ তৌখে) ।

∴ খগট ∠ = খটগ ∠ । (৫শুবা উঃ) ।

অমুক হন্না, খট গা কঘ গা সমান্তরনি, অমসুং গঘ না মখোইবু ট অমসুং ঘ বিন্দুদা কক্লে ;

∴ মপানগী খটগ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা কঘট ∠ ।

অদুগা খগট ∠ = খটগ ∠ ; (প্রমাণ তৌখে) ।

∴ খগট ∠ = কঘট ∠,

হায়বদি খগঘ ∠ = কঘগ ∠ ।

অমুক হন্না, কখ গা ঘগ গা সমান্তরনি অমসুং কঘ না মখোইবু ক অমসুং ঘ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ মনুংগী নাকল অমত্তগী খকঘ ∠ + কঘগ ∠ = ১৮০° ।
(১৪শুবা উঃ) ।

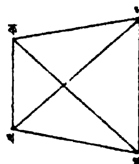
তৌইগুম্বসুং কঘগ ∠ = খগঘ ∠ ; (প্রমাণ তৌখে) ।

∴ খকঘ ∠ + খগঘ ∠ = ১৮০° ।

মতৌ অসুম তৌনা কখগ∠+কঘগ∠=১৮০° হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ;

∴ খকঘ∠+খগঘ∠=১৮০°=কখগ∠+কঘগ∠ ।

(২) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, কঘ গা খগ গা মান্নে অমসুং কগ, খঘ কর্ণ শম্জিন্নরে ।



কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কঘগ, খগঘ ত্রিভুজগী

কঘ=খগ, (পীবগী মতু' ইন্না)।

গঘ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

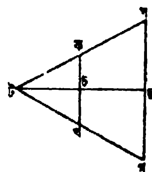
অমসুং মরক্তা লৈবা কঘগ∠=মরক্তা লৈবা খগঘ∠ ;

(মথক্তা প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশ পূন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ) ।

∴ কগ=খঘ ।

(৩) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, অমসুং কঘ গা খগ গা মান্নে।



কখ অমসুং ঘগ গী ময়ায়গী বিন্দু শম-জিন্নবা লৈইনা কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

ঘক অমসুং গখ বু শাংদোকহনবদা ট বিন্দুদা উনহল্লু ; অমসুং ঘকগ কোণবু তঙ্খাই ভানা খায়বা লৈইনা কখ অমসুং ঘগ বু মথংশিংনা চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককই ।

প্রমাণ—কঘগ ∠ = খগঘ ∠, (নং ১দা প্রমাণ তৌখ্রে)।

হায়বদি টঘগ ∠ = টগঘ ∠ ;

∴ টগ = টঘ । (৬শুবা উঃ)।

∴ টঘগ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

অমুক, টগ = টঘ ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অদুগা খগ = কঘ । (পীবগী মতুং ইন্না)।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং খায়দোক্লবদি,

টখ = টক ;

∴ টকখ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

হৌজিক টঘছ, টগছ ত্রিভুজগী

টঘ = টগ,

টছ অসি মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা ঘটছ ∠ = মরক্তা লৈবা গটছ ∠ ;

(য়েকপগী মতুং ইন্না)

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নৈ । (৪শুবা উঃ)।

∴ টছ অসি টঘগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী চানবা য়েক্লনি ।

অমসুং ঘছ = গছ ;

∴ ছ বিন্দু অসি ঘগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ।

মতৌ অসুম তৌহনা টকখ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী টচ অসি চানবা মেরুনি অমসুং চ অসি কখ গী ময়ায়গী বিন্দুনি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

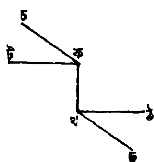
অচৌবা টঘগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজদগী অপিকপা টকখ সমদ্বি-বাহু ত্রিভুজ কল্লবদি, (চিত্রগী মতুং ইন্না)।

চছ লৈইনা কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি, হায়বদি কখ অমসুং ঘগ গী ময়ায়গী বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অদু কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি। অঃ উঃ হিঃ।

১৩। ৱাহং—কট, খঠ, মান্নবা চৈ অচুম্বা অনিখক মথং-শিৎনা য়াংবা চপমান্ননা (য়েৎ-ওইননা) অরেপ্পা হং ক অমসুং খ গী অকোয়বদা লৈরি। মখোয়না মায়োন ওন্নতৈননা সমান্তর ওইনা লৈবা হৌরবদি—

(১) মখোই মতম লৈবা থিবিক্ত। সমান্তর ওইগনি,

(২) ট, ঠ শন্নরিবা অদু মতম লৈবা থিবিক্তা অরেপ্পা বিন্দু অমত্তমক ফা ওগনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—(১) কট অমসুং খঠ অচুম্বা মান্নবা চৈ অনি অসি অরেপ্পা হং ক অমসুং খ গী অকোয়বদা য়াংবা চপমান্ননা মায়োন ওন্নতৈননা সমান্তর ওইনা লৈবদা (য়েৎ-লোমদা), কট না কচ গী মফমদা লাকপদ খঠ না খছ গী মফম য়োরকই।

কচ অমসুং খছ সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।
কখ শমজিন্নৌ ।

প্রমাণ—কট অমসুং খঠ সমান্তরনি, অমসুং কখ না মখোইবু ক অমসুং খ বিন্দুদা উন্নৈ ;

∴ টকখ ∠ = একান্তর ঠখক ∠ ।　　(১৪শুবা উঃ) ।

অদুগা কট অমসুং খঠ না য়াংবা মান্নবা লৈ ;

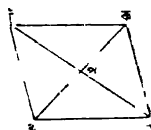
∴ টকচ ∠ = ঠখছ ∠ ।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

চকখ ∠ = ছখক ∠ ।　　(চিত্রগী মতুং ইন্না) ।

মখোই অসি একান্তর কোণ ওাকনি ;

∴ কচ অমসুং খছ সমান্তরনি ।　　(১৩শুবা উঃ) ।



(২) কট, খঠ অচুম্বা মান্নবা লৈ অনিনা মথংশিংনা অরেপ্পা হং ক অমসুং খ গী অকোয়ন্দা য়াংবা চপমান্ননা মায়োন ওন্নতেননা সমান্তর ওইনা লৈ (য়েংওইনা) অমসুং টঠ শমজিন্নরে ।

টঠ না অরেপ্পা বিন্দু অমত্তমক ফাওদেকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

কখ শমজিন্নবনা টঠ বু প বিন্দুদা কক্লে　অমসুং টখ, কঠ শমজিন্নরে ।

প্রমাণ—কট অমসুং খঠ অনি অসি মান্নৈ অমসুং সমান্তর ওই ;
(পীবগী মতুং ইন্না) ।

∴ টখ অমসুং কঠ অনি অসিসু মান্নৈ অমসুং সমান্তর ওই ।
(২০শুবা উঃ) ।

∴ কটখ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিক। (সংজ্ঞা)।

কটখ সামান্তরিকা কখ অমসুং টঠ কর্ণ অনি অসি অমনা অমবু অনি থেক্লা মান্নবা থায়দোকনৈ ; (২০শুবা উঃ গী ৩শুবা অনুমান)।

∴ প অসি কখ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

তোইগুম্বসুং ক অমসুং খ হায়বা হং অনি অসি অরেপ্পনি ;

∴ কখ অরেপ্পা লৈই অচুম্বনি ;

∴ প অসি অরেপ্পা বিন্দুনি।

∴ কট অমসুং খ না লৈবা মফম খুদিংদা অরেপ্পা প বিন্দুদা ফংও দাকনি।

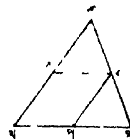
অঃ উঃ তিঃ।

(লোমাই ৯৮-৯৭)

সমান্তর অমসুং সাম থৌরক্লী নৈনবা বাহংশী পাউথুম

১। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অমগী ময়ায় থংবা বিন্দুদগী ভুমিগা সমান্তর ওইনা চিংবা লৈই অচুম্বা অতনা লেমথোরিবা বাহু অদুবু অনি থোক্না মান্নবা থায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ বাহুগী ময়ায় থংবা ব বিন্দুদগী খগ গা সমান্তর ওইনা বফ লৈই চিংলে।



বফ না কগ বাহুদু অনি থোক্না মাম্লনা খায়দোকই হায়বদি কফ = ফগ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কথ বাহুগা সমান্তর ওইনা ফপ লৈই চিংউ।

প্রমাণ—বফ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ফ অমসুং গ বিন্দুদা কক্রি ;

∴ মপানগী কফব ∠ = মনুংগী লাপ্পবা ফগপ ∠। (১৪শুবা উঃ)।

অমুক ফপ অমসুং কখ সমান্তরনি, অমসুং গক না মখোইবু ফ অমসুং ক বিন্দুদা কক্রি ;

∴ মপানগী পফগ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা বকফ ∠।

(১৪শুবা উঃ)।

অদুগা বফ অমসুং খপ সমান্তরনি, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসু বগ অমসুং ফপ সমান্তরনি ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি। (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্ন)।

∴ বখ = ফপ।

তৌইগুম্বসুং বখ = বক ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ বক = ফপ।

হৌজিক কবফ, ফপগ ত্রিভুজগী

কফব ∠ = ফগপ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

বকফ ∠ = পফগ ∠। (মরম অদুমক্কা)।

অমসুং বক = ফপ ; (মরম অদুমক্কা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ।

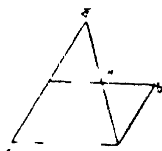
$\therefore$ কফ = ফগ,

হায়বদি বফ না কগ বাহুবু অনি থোংক্না মান্নবা থায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ

২। ৱাহং—ত্রিভুজগী বাহু অনিখক্কী ময়ায থংবা বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অদু অহুমশুবা বাহুগা সমান্তরনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ, কগ বাহুগী ময়ায় থংবা বিন্দু ফ অমসুং প শমজিন্নরে।



ফপ অসি খগগী সমান্তরনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

ফপ বু চ বিন্দু ফাওবা শাংদোকইদুনা পচ, পফ মান্নহল্লু, অমসুং চগ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কপফ, গপচ ত্রিভুজগী

কপ = গপ, (পীবগী মথৌ হৈন্ন)।

ফপ = পচ, (শেমগী মথৌ হৈন্ন)।

অমসুং মরক্তা লৈবা কপফ $\angle$ = মরক্তা লৈবা গপচ প্রতীপ $\angle$;

(১শুবা উঃ)।

$\therefore$ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

$\therefore$ কফ = চগ।

অমসুং ফকপ $\angle$ = পগচ $\angle$,

হায়বদি খকগ $\angle$ = কগচ $\angle$।

মখোই অসি এবান্তর কোন ডাকনি ;

∴ কফ গা চগ গা সমান্তর ওই,   (১৩ শুবা উঃ)।

হায়বদি যখ গা চগ গা সমান্তর ওই।

অমসুং কখ = চগ।   (প্রমাণ তৌখ্রে)।

তৌইগুম্বসু কয = ফখ ;   (পাংগী মতুং ইন্না)।

∴ যখ = চগ।

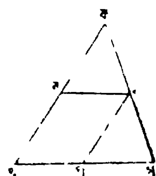
হৌজিক যখ গা চগ গা মানস্ত মায়ৈ অমসুং সমান্তরস্তু ওই,

∴ যচ গা খগ গা মায়ৈ অমসুং সমান্তর ওই। (২০ শুবা উঃ)

∴ ফপ গা খগ গা সমান্তর ওই।

অঃ উঃ হিঃ।

৩। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অনিগী মযাম থংবা বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অদু অহুমশুবা বাহুগী তঙ্খাইনি হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওগুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ অমসুং কগ বাহুগী মযায়গী বিন্দু ব অমসুং ফ শমজিন্নরে।

বফ না খগ গী তঙ্খাইনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কখ গা সমান্তর ওইনা ফপ লৈই চিউ।

প্রমাণ—বফ অসি কখ অমসুং কগ বাহুগী মযায়গী বিন্দু শমজিন্নবা লৈইনি ;

∴ বফ গা খগ গা সমান্তর ওই। (মথক্কী নৈনববা য়াহংগী পাওখুম)।

বফ অমস্তুং খগ সমান্তরনি, অমস্তুং কগ না মখোইবু ফ অমস্তুং গ দা ককই ;

∴ মপানগী বফক ∠ = মনুংগী লাপ্পবা পগফ ∠ ।

(১৪শুবা উঃ)।

ফপ অমস্তুং কখ সমান্তরনি, অমস্তুং কগ না মখোইবু ক অমস্তুং ফ বিন্দুদা ককই ;

∴ মপানগী পফগ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা বকফ ∠ ।

(১৪শুবা উঃ।

হৌজিক বকফ, পফগ ত্রিভুজগী

বফক ∠ = পগফ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

বকফ ∠ = পফগ ∠, (মরম অদুমক্তা)।

অমস্তুং কফ = ফগ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। [১৭শুবা উঃ]

∴ বফ = পগ।

অমুক হন্না, বফ গা খপ গা সমান্তরনি,

অমস্তুং বখ গা ফপ গা সমান্তরনি ; [য়েকপগী মতুং ইন্না]

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

∴ বফ = খপ। [২১ শুবা উঃ]

তৌইগুম্বস্তুং বফ = পগ। প্রমাণ তৌখ্রে]

∴ খপ = পগ।

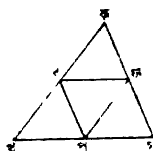
∴ খপ = $\frac{1}{2}$খগ ।

∴ বফ = $\frac{1}{2}$খগ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৪। ৱাহৎ—ত্রিভুজগী বাহু অহুমগী ময়ায় থংবা বিন্দু শম-জিন্নরিবা লৈই অহুম অদুনা ত্রিভুজ অদুবু মশ' অমম্বা মান্নবা ত্রিভুজ মরিথোক্না খায়দোকই হায়ব প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ, খগ, গক বাহু অহুমগী ময়াযগী ব, প অমসুং ফ বিন্দু অহুম অসি শমজিন্নরে।



বপ, পফ অমসুং ফব অহুম অসিনা কখগ ত্রিভুজব মান্নবা ত্রিভুজ মরিথোক্না খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—ব অমসুং ফ বিন্দু অনি অসি কখ অমসুং কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ বফ গা খগ গা সমান্তর ওইরে, [মথক্কী ২শুবা ৱাহংগী পাওথুম]

হায়বদি বফ গা খপ গা সমান্তর ওই।

মতৌ অসিগুম্না পফ গা খব গা সমান্তর ওই।

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি। [সংজ্ঞা]

অমুক বখপফ সামান্তরিকী বপ কর্ণনি ;

∴ বপ না বখপফ সামান্তরিকপু খবপ, ফপব মান্নবা ত্রিভুজ অনি থোক্না খায়দোকই। [২১ শুবা উঃ]

মতৌ অসিগুম্না বপগফ অমসুং বপফক অনি অসিমু সামান্তরিক ওইরি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

অতু ওইরবদি পফ না বপগফ সামান্তরিকপু অহগা বফ না বপফক সামান্তরিকপু মান্নবা অনি থোক্কা খায়দোকই ;

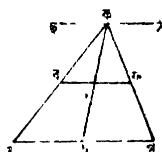
[২১ শুবা উঃ]

∴ময়ায়গী বপফ ত্রিভুজগা চিদাইগী বখপ, পগফ অমসুং ফকব ত্রিভুজ খুদিংগা মান্নরে।

∴কখগ ত্রিভুজবু মান্নবা বপফ, বখপ, পগফ অমসুং ফকব ত্রিভুজ মরি থোক্না খায়দোকই। অঃ উঃ তিঃ।

৫। বাহং—ত্রিভুজগী মতোন্দগী ভুমিগী মথক্তা চিংবা লৈই অচুম্ববু ত্রিভুজগী অতোপ্পা বাহু অনিগী ময়াই খংবা বিন্দু শমজিন্নবা লৈইনা অনি থোক্না মান্নবা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোন ক দগী খগ ভুমি তানা কচ লৈই চিংলে, অমসুং কখ, কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু ব অমসুং ফ শমজিন্নবদা কচ বু ট বিন্দুদা ককলে।



বফ না কচ বু মান্না অনি থোক্না খায়দোকই হায়বদি কট=টচ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

ক ফাওদোক্লুনা খগ গা সমান্তর ওইনা ছকঠ লৈই চিংউ।

প্রমাণ—ব অমসুং ফ বিন্দু অসি মথংশিংনা কখ অমসুং কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ বফ গা খগ গা সমান্তর ওই। (২শুবা য়াহংগী পাওথুম)।
অমুক ছঠ গা খগ গা সমান্তর ওই, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।
অমসুং বফ গা খগ গা সমান্তর ওই ; (প্রমাণ তৌখে)।
∴ ছঠ গা বফ গা সমান্তর ওই। (১৫ শুবা উঃ)।

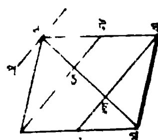
হৌজিক ছঠ, বফ অমসুং খগ সমান্তর ওইবা লৈই অচুম্ব অহুম্ব কবখ লৈইনা ককথৎলগা কবখ লৈইগী মমুংদা লৈবা কব, বখ মককশিং অসি মান্নরে ;

∴ কটচ হায়বা অতোপ্পা অককপা লৈইগী মমুংদা লৈবা কট, টচ মকক অনি অসিশু মান্নগনি। (২২ শুবা উঃ)।
হায়বদি বফ না কচ বু মান্ননা অনি থোক্লা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। য়াহং—কখগঘ সামান্তরিকী কঘ, খগ মায়োক্নবা বাহু অনিগী ট অমসুং ঠ ময়ায় থংবা বিন্দুনি ; খট অমসুং ঘঠ লৈইনা কগ কর্ণবু অহুমথোক্লা মান্ননা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগঘ সামান্তরিকী কঘ অমসুং খগ গী ময়ায় থংবা ট অমসুং ঠ বিন্দুদা মথং শিংনা খট অমসুং ঘঠ লৈই চিংবদা মতুনা কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে।



কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মান্ননা অহুম থোক্লা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

ক বিন্দু ফাওডুনা পকফ লৈই অসি খট লৈইদা সমান্তর ওইনা চিংউ।

প্রমাণ—ট অসি কঘ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ টঘ = $\frac{1}{2}$ কঘ।

মতৌ অম্মুম্না খঠ = $\frac{1}{2}$ খগ।

তৌইগুম্বসুং কখগঘ সামান্তরিকী মায়োক্নবা বাহু কঘ = খগ ;

∴ টঘ = খঠ।

হৌজিক্কি টঘ গা খঠ গা মান্নৈ অমসুং সমান্তর ওই ;

∴ খট অমসুং ঠঘ মান্নৈ অমসুং সমান্তর ওই

(২০ শুবা উঃ)।

∴ পফ, খট অমসুং ঠঘ সমান্তর ওইবা লৈই ঙাকনি।

অমুক হন্না, পফ, খট অমসুং ঠঘ সমান্তর ওইবা লৈই অহুম্বু কটঘ লৈইনা ককপদা কটঘ লৈইগী মকক কট অমসুং টঘ মান্নৈ ;

∴ কচছ অতোপ্পা অককপা লৈইগী মকক কচ অমসুং চছ মান্নৈ। (২২ শুবা উঃ)।

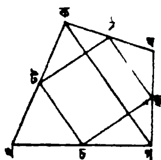
মতৌ অম্মুম্না গ ফাওডুনা ঠঘ গা সমান্তর ওইবা লৈই চিংলগা চছ, ছগ মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কচ = চছ = ছগ,

হায়বদি কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মান্ননা অহুম থোক্না খায়দোকই। অঃ উঃ হিঃ।

৭। বাহং—চতুর্ভুজগী নকুৎবা বাহু মথৈগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নরগা থোকপা ক্ষেত্র অদু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক বাহুগী ময়ায়গী ট, চ, ছ অমসুং ঠ বিন্দুশিং অসি শমজিন্নরে।



টচছঠ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কগ কর্ণ শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী ট অমসু' চ অসি কখ অমসুং খগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি;

∴ টচ গা কগ গা সমান্তর ওই। (২১শুবা বাহংগী পাওথুম)।

মতৌ অসুম তৌনা ঠছ অসি কগ গা সমান্তরনি।

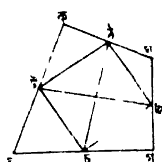
∴ টচ গা ঠছ গা সমান্তরনি।

মতৌ অসুম তৌদুনা খঘ কর্ণ শমজিন্নরগা টঠ গা চছ গা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ টচছঠ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। বাহং—চতুর্ভুজগী মায়োক্নবা বাহু মথৈগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অসি অদু অমনা অমবু অনিথোক্না মায়না থাইদোকই হায়বা প্রমাণ তৌ।



পাওথুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী মায়োক্কবা কঘ, খগ বাহুগী ময়াম্বথংবা ঠ অমসুং চ বিন্দু শমজিন্নরে, অতুগা মায়োক্কবা কখ, ঘগ বাহুগী ময়ায় থংবা ট অমসুং ছ বিন্দু শমজিন্নরে।

ঠচ অমসুং টছ অনি অসি অমনা অমবু অনিথোক্না মান্নবা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

টচ, চছ, ছঠ অমসুং ঠট শমজিন্নৌ।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক বাহুগী মথংশিংগী ট, চ, ছ অমসুং ঠ ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ টচছঠ অসি সামান্তরিকনি। (মথক্কী বাহংগী পাওথুম)।

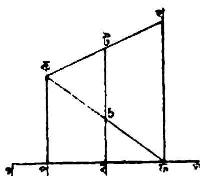
টচছঠ সামান্তরিক্কী ঠচ অমসুং টছ কর্ণ অনিনি ;

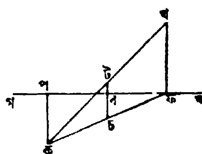
∴ ঠচ অমসুং টছ অনি অসি অমনা অমবু অনি থোক্না মান্নবা খায়দোকই। অ: উ: প্র:

৯। **বাহং**—ক অমসুং খ বিন্দুদগী অমসুং কখ গী ময়ায় থংবা বিন্দু ট দগী গঘ লৈই অচুম্বগী মথক্তা কপ, খফ, টব লম্ব অক্তমখক চিংলে। কপ, খফ মথংশিংনা ৪.২ সে: মি: অমসুং ৭.৮ সে: মি: ওইরবদি টব কয়ানো পুথোকউ, অমসুং ওন্দুনা ফল চানৌ।

(ক অমসুং খ না গঘ গা মাইকৈ অমত্তদা লৈবা মতমদা) টব = ½ (কপ + খফ) হায়বা নত্রগা (ক অমসুং খ না গঘ গা ওন্নতৈনবা মাইকৈদা লৈবা মতমদা) টব = ½ (কপ ~ খফ) হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—ক অমসুং খ বিন্দুদগী অমসুং কখ গী ময়ায় থংবা ট বিন্দুদগী গঘ লৈই অচুম্বগী মথক্তা কপ, খফ, টব লম্ব অচুমথক চিংলে ; অমসুং কখ = ৪.২ সেঃ মিঃ, খফ = ৭.৮ সেঃ মিঃ।





(১)　　(২)

চিত্র (১) দা টব = ½ (কপ + খফ), অমসুং চিত্র ২) দা টব = ½ (কপ ~ খফ) হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি, অমসুং টব কয়ানো হায়বা পুথোক্কদবনি।

কফ শমজিন্নবদা টব বু চ বিন্দুদা চিত্র (১) দা মনুংদা অমসুং চিত্র (২) দা শাংদোক্লগা কক্লে।

প্রমাণ—কপ, টব, খফ লৈই অচুম অসি গঘ লৈই অচুম্বা মথক্তদা লম্ব ওাক্নি ;

∴ কপ, টব অমসুং খফ লৈই অচুম্বশিং অসি সমান্তর লৈই ওাকনি।

কখফ ত্রিভুজদা ট অসি কখ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি অমসুং টচ অসি খফ ভুমিদা সমান্তর ওই ;

∴ চ অসি কফ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

(নৈননবা বাহং ১বাগী পাওখুম)।

হৌজিক কখফ ত্রিভুজদা ট অমসুং চ অসি মথংশিংনা কখ অমসুং কফ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ টচ = ½ খফ। (মথক্কী নৈননবা মাহং ৩শুবগী পাওথুম)।

অমুক হন্না, ফকপ ত্রিভুজদা চ অসি ফক বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি, অমসুং চব না কপ ভুমিদ' সমান্তর ওই ;

∴ ব অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

(মথক্কী নৈননবা মাহং ১বগী পাওথুম)।

হৌজিক, ফকপ ত্রিভুজদা চ অমসু, ব অসি মথংশিংনা ফক অমসুং ফপ বাহুগী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ চব = ½ কপ। (মথক্কী নৈননবা মাহং ৩শুবগী পাওথুম)।

অদুগা টচ = ½ খফ। (প্রমাণ তৌখে)।

মথক্কা মান্নবা রাশীশিং অসি চিত্র (১) দা তিম্মশিল্লগা অমসুং চিত্র (২) দা থায়দোক্লগা ;

টব = ½ (কপ + খফ)।

অমসুং টব = ½ (কপ ~ খফ)।

চিত্র (১) দা টব = ½ (৪.২ + ৭.৮) সেঃ মিঃ

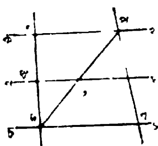
= ½ × ১২ সেঃ মিঃ = ৬ সেঃ মিঃ।

চিত্র (২) দা টব = ½ (৪.২ ~ ৭.৮) সেঃ মিঃ = ½ × ৩.৬ = ১.৮ সেঃ মিঃ। থাঙ্গৎশংনা ওন্দুনা য়েংবা মতমদা ফলশিং অসি চানরে।

অঃ উঃ ছিঃ।

১০। ৱাহং—সমান্তর ওইবা লৈই অচুম্বা অহুমনা লৈই অচুম্বা অনিবু ককপদা অককপা লৈই খুদিংগী **মককশিং অহুম** মান্নরবদি সমান্তর লৈই অহুম অদুগী লৈই অনি **অহুগী মরক্তা** লৈবা মচুপশিং অহুগী মতাইগী অনিগী তিন্নবনা ময়ায়গী **শরুক** অনিনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখ, গঘ, চছ সমান্তর লৈই অহুমনা তথদ, পফব লৈই অনিবু ককপদা তথ = থদ, পফ = ফব।



থফ২ = (তপ + দব) হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

পদ শমজিন্নবনা থফ বু ট বিন্দুদা ককই।

প্রমাণ—দতপ ত্রিভুজদা থ অসি তদ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি, অমসুং থট না তপ ভুমিদা সমান্তর ওই ;
(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ট অসি দপ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি।
(মথক্কী নৈনবা ১বা ৱাহংগী পাওখুম)।

হৌজিক, ফতপ ত্রিভুজদা থ অমসুং ট অসি মথংশিংনা দত অমসুং দপ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু ওইরক্নি ;

∴ থট = $\frac{1}{2}$ তপ।   (মথক্কী নৈনবা ৩শুবা ৱাহংগী পাওখুম)।

মতৌ অমুম তৌনা টফ = $\frac{1}{2}$ দব হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা,

থট + টফ = $\frac{1}{2}$ তপ + $\frac{1}{2}$ দব,

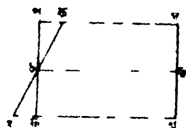
হায়বদি থফ = ½ (ভপ + দব ।

মথক্কী মাম্নবা রাশীশিং অসিবু ২না পুরিরগা

থফ২ = ভপ + দব । অঃ উঃ হিঃ ।

১১। ষাহং—বাহু অনি সমান্তর ওইবা ক্ষেত্রগী (ট্রাপিজিয়ম) সমান্তর বাহু অনি অদু ক্ সেঃ মিঃ অমসুং খ্ সেঃ মিঃ শাংই। অপৈবা বাহু অনিগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অদু সমান্তর বাহু অনি অদুগী সমান্তরনি অমসুং ½ (ক্ + খ্) সেঃ মিঃ শাংই হায়বা প্রমাণ তৌ।

কখগঘ ট্রাপিজিয়মগী মসান্তর ওইবা কঘ, খগ বাহু মথংশিংদনা ক্ অমসুং খ্ সেঃ মিঃ শাংই অমসুং অপৈবা কখ, ঘগ বাহুগী ময়ায় থংবা চ অমসুং ছ বিন্দু শমজিন্নরে।



(১) চছ অসি কখ অমসুং খগ দা সমান্তর ওই, অমসুং

(২) চছ = ½ (ক্ + খ্) হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

চ বিন্দু কাওদোক্লুনা ঘগ দা সমান্তর ওইনা ঘক বু শাংদোক্লগা প বিন্দুদা অমসুং খগ বু ফ বিন্দুদা করুবা পচফ লৈই চিংউ।

প্রমাণ—(১) পফগঘ চতুর্ভুজগী

পঘ গা ফগ গা সমান্তর ওই, (শীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং পফ গা ঘগ গা সমান্তর ওই ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ পফগঘ অসি সামান্তরিকনি।

∴ পফ = ঘগ।

অমুক পঘ গা খগ গা সমান্তরনি, অমস্তুং কখ না মখোইবু ক অমস্তুং খ বিন্দুদা ককলি ;

∴ পকখ ∠ = একান্তর কখগ ∠, (১৪শুবা উঃ)।

হায়বদি পকচ ∠ = ফখচ ∠ ।

হৌজিক, পকচ, ফখচ ত্রিভুজগী

পকচ ∠ = ফখচ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

পচক ∠ = ফচখ প্রতীপ ∠, (৩শুবা উঃ)।

অমস্তুং কচ = খচ ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (১৭শুবা উঃ)।

∴ পচ = ফচ,

∴ পচ = ½ পফ।

অদুগা ছ বিন্দু অসি ঘগ বাক্তগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘছ = ½ ঘগ।

তৌইগুম্বস্তুং পফ = ঘগ। (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ পচ = ঘছ।

হৌজিক পচ গা ঘছ গা মান্নৈ অমস্তুং সমান্তর ওই ;

∴ চছ, পঘ মান্নৈ অমস্তুং সমান্তর ওই। (২০শুবা উঃ)।

হায়বদি চছ অসি কঘ দা সমান্তর ওই।

অদুগা কঘ গা খগ গা সমান্তর ওই। (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ চছ অসি কঘ অমসুং খগ দা সমান্তর ওই ।

(২) পকচ, ফকচ ত্রিভুজ অনি অসি (১) দা মশা পূর্ণমক মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌখ্রে ;

∴ পক = খফ ।

পচছঘ, চফগছ সামান্তরিক চারি ;

∴ চছ = পঘ,
চছ = ফগ, } (১১ শুবা উঃ) ।

হায়বদি চছ = কঘ + পক,
চছ = খগ − ফখ ;

মসিগী মখুবা রাশিশিং অসি তিন্নশিন্নগা,

চছ২ = কঘ + খগ [∵ পক = ফখ] ।

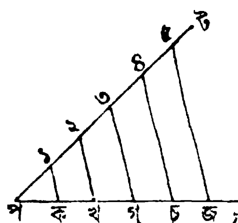
∴ চছ২ = (ক্ + খ্) সেঃ মিঃ ।

মথক্তা মায়ব রাশিশিংবু ২ না য়েংখোক্রগা

চছ = ১/২ (ক্ + খ্) সেঃ মিঃ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১২ । ৱাহং—পট অমসুং পঠ লৈই অচুম্বা অনিথক লৈ অমসুং পট দা মান্ন মান্নবা লাপ্পনা ১, ২, ৩, ৪, ৫ বিন্দু মঙাখক হকলে । বিন্দুশিং অসিদগী পঠ গী মথক্তা চিংনিংবা মাইকৈদা সমান্তর লৈই চিংলে । অহুমশুবা সমান্তর লৈই অহু মঙা অহুগী গড়নি হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ তৌ ।



পাওখুম—পট অমসুং পঠ লৈই অচুম্বা অ'নথক অসিগী পট দা লাপ্পা মান্নবা ১, ২, ৩, ৪, ৫ হায়বা বিন্দু মঙা অসি হৈবলে অমসুং বিন্দুশিং অসিদগী পঠগী মথক্তা ১ক, ২খ, ৩গ, ৪চ, ৫জ সমান্তর লৈই মঙা অসি চিংলে।

অহুমশুবা লৈই অসি লৈই মঙাগী গডনি, হায়বদি

$$৩গ = \frac{১ক + ২খ + ৩গ + ৪চ + ৫জ}{৫}$$ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি;

অমসুং ২ × ক + ১ হায়বা তুমাশুদব মশিংগী সমান্তর লৈই চিংবগী চপচানা জা মিশিংগী উপপাদ্য অমা শেমগদবনি।

প্রমাণ—১ক, ২খ, ৩গ, ৪চ অমসু, ৫জ হাযবা সমান্তব লৈই-শিং অসিনা পট লৈইবু মান্ন মান্নবা মতুপ ককই;

∴ সমান্তব লৈইশিং অসিনা পঠ দগী মান্ন মান্নবা মতুপ ককই; (২২শুবা উঃ)।

হায়বদি কখ = খগ = গচ = চজ

অমুক ২খচ৪ অসি ট্রাপিজিয়মনি, অমসুং মসিগী ৩ অমসুং গ না অপেবা বাহুশিংগী ময়ায়গী বিন্দু ওাকনি;

∴ ৩গ = ½ (২খ + ৪চ)। (মথক্তা ১১শুবা নৈননবা মাহংগী পাওখুম)।

মতৌ অসিগুম্না ১কজ৫ ট্রাপিজিয়মগী

৩গ = ½ (১ক + ৫জ)।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

$$২ \times \text{৩গ্} = \tfrac{১}{২}(\text{২খ্} + \text{৪চ্}) + \tfrac{১}{২}(\text{১ক্} + \text{৫জ্})।$$

মথক্কী মান্নবা রাশীশিংবু ২না পুরিরগা

$$৪ \times \text{৩গ্} = \text{২খ্} + \text{৪চ্} + \text{১ক্} + \text{৫জ্}।$$

অমুক, মান্নবা রাশীশিং অসিদা ৩গ্ তিন্নশিল্লগা

$$৪ \times \text{৩গ্} + \text{৩গ্} = \text{১ক্} + \text{২খ্} + \text{৩গ্} + \text{৪চ্} + \text{৫জ্},$$

হায়বদি $৫ \times \text{৩গ্} = \text{১ক্} + \text{২খ্} + \text{৩গ্} + \text{৪চ্} + \text{৫জ্}$।

মান্নবা রাশীশিং অসিবু ৫না য়েন্থোক্লগা

$$\text{৩গ্} = \frac{\text{১ক্} + \text{২খ্} + \text{৩গ্} + \text{৪চ্} + \text{৫জ্}}{৫}.$$

হায়বদি ৩গুবা লৈই অসি সমান্তর লৈই মঙাগী গড়নি।

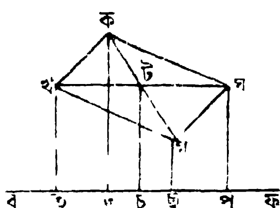
মথক্কী খুদম অসিদগী মখাগী উপপাদ্য অসি শন্দা হাই—লৈই অচুম্বা অনিথক্কী অমদা কাপ্পা মান্নবা $২ \times \text{ক্} + ১$ মশিংগী বিন্দ হক্লগা বিন্দুশিং অসিদগী অতোপ্পা লৈই অচুম্বগী মথক্তা চিংনিংবা মাইকৈদা সমান্তর লৈই ময়াম চিংলবদি, $\text{ক্} + ১$ শুবা লৈই অতুগা সমান্তর লৈই পূম্নমক তিনশিনবা ফলদা $২ \times \text{ক্} + ১$ না য়েনবগা মান্নগনি।

অঃ উঃ হিঃ।

১৩। ৱাহং—সামান্তরিক অমগী কোণগী বিন্দু ময়ামদগী মপান্দা লৈবা করিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমগী মথক্তা লম্ব চিংলে। মায়োক্নবা কোণ অনিগী চিংলকপা লম্ব অনি তিন্নবগা অতোপ্পা

মায়োক্কবা কোণ অনিদগী চিংলকপা লম্ব অনি থিন্নবগা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—সামান্তরিকী ক, খ, গ, ঘ কোণগী বিন্দুশিংদগী মপান্দা লৈবা বফ লৈই অচুম্বগী মথক্তা খত, কদ, গছ অমসুং ঘপ লম্ব চিংলে।



খত + ঘপ = কদ + গছ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কগ, খঘ কর্ণ চিংবদা ট বিন্দুদা ককনৈ, অদুগা অমুক বফ দা লম্ব ওইনা টচ চিংলে।

প্রমাণ—খত, কদ, টচ, গছ অমসুং ঘপ লৈইশিং অসি বফ দা লম্ব ডাকনি ;

∴ লৈই পুম্নমক অসি সমান্তর ডাকনি।

অদুগা কখগঘ সামান্তরিকী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি অমা অমবু মান্ননা অনি থোক্না খায়দোকনৈ, হায়বদি ট অসি কগ অমসুং খঘ কর্ণগী ময়ায়গী বিন্দুনি।

খত, টচ অমসুং ঘপ সমান্তর লৈই অহুম্বু খটঘ লৈইনা ককপদা খট = টঘ ;

∴ অতোপ্পা অককপা বফ লৈইগী মরক তচ = চপ,

(২২শুবা উঃ)।

হায়বদি চ অসি তপ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

অমুক খতপঘ ট্রাপিজিয়মগী ট অমসুং চ বিন্দু অসি অপৈবা খঘ অমসুং তপ গী ময়ায়গী বিন্দু ওাক'নি ;

∴ টচ = $\frac{1}{2}$ (খত + ঘপ)।

(মথক্কী ১১শুবা নৈননবা ৱাহংগী পান্তখুম)।

মতৌ অমুম তৌদুনা টচ = $\frac{1}{2}$ (কদ + গছ) হায়বা প্রমাণ তৌব' য়াই।

∴ $\frac{1}{2}$ (খত + ঘপ) = $\frac{1}{2}$ (কদ + গছ)।

মথক্কী মান্নবা রাশীশিংবু ২ না পুন্নিবগা

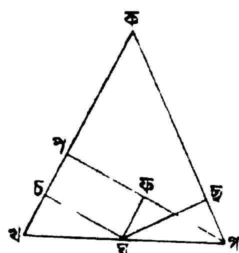
খত + ঘপ = কদ + গছ। অঃ উঃ হিঃ।

১৪। **ৱাহং**—বাহু অনি মান্নবা ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী মান্নবা বাহু অনি অতুগী মথক্কা চিংবা লম্ব অনি অতু তিন্নশিনবগা ভুমিগী মতোন অমদগী মচাক্কা মাযোক্নবা বাহুগী মথক্কা চিংবা লম্বগা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

(মসিদগী মখাদা ইদ্রিবা অসি তারকই হায়বা উৎলি—বাহু অনি মান্নবা ত্রিভুজগী ভুমিগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী মান্নবা বাহু অনিগী লাপ্পা অসি তিনশিন্নবা অতু মতম লৈবখিবক্তা লেওদনা লৈ, হায়বদি বিন্দু অদুনা ভুমিগী লৈনিংবা মফমদা লেববসু লাপ্পা অনি তিন্নবা অতু করিগুম্বদসু অথোই অহেন নাইদে।)

ভুমি অতু শাংদোক্লগা বিন্দু লৌরবদি হায়রিবা ৱা অসিগী রি হোংনদগে ?

পাওথুম—(১) কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ = কগ অমসুং খগ ভুমিগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা ঘ বিন্দুদগী কখ অমসুং কগ দা মথংশিংনা ঘচ অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে অমসুং কখ দা গপ লম্ব চিংলে।



ঘছ + ঘচ = গপ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

খক গা সমান্তর ওইনা ঘফ লৈই চিংবা গপ বু ফ বিন্দুদা ককই।

প্রমাণ— ফপ, ঘচ অনি অসি কখ লৈইদা লম্ব ওয়াক্লি,

(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ফপ গা ঘচ গা সমান্তরনি।

অদুগা চপ গা ঘফ গা সমান্তরনি, (লেবপগী মতুং ইন্না)।

∴ পচঘফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অমসুং, চপফ ∠ = সম ∠ অমা; [∵ গপ না কখ দা লম্ব ওই]।

∴ পচঘফ অসি আয়তনি।

∴ ঘচ = ফপ,

অমসুং ঘফগ ∠ = সম ∠ অমা।

অমুক হন্না খক গা ঘফ গা সমান্তরনি, (য়েকপগী মতুং ইন্না)

অমসুং খগ না মখোইবু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা ককই;

∴ মপানগী ফঘগ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা কখগ ∠।

(১৬ শুবা উঃ)।

তৌইগুম্বস্তুং, কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ,

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । (৫শুবা উঃ)।

∴ ফঘগ ∠ = কগখ ∠,

হায়বদি ফঘগ ∠ = ছগঘ ∠ ।

তৌজিক, ছগঘ, ফঘগ ত্রিভুজগী

গছঘ ∠ = ঘফগ ∠, (মথোই পুম্নমক সমকোণনি)

ছগঘ ∠ = ফঘগ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

অমসুং ঘগ মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মপা পুম্নমক মান্নে। (১৭শুবা উঃ)

∴ ঘছ = গফ ।

অমসুং ঘচ = ফপ । (প্রমাণ তৌখ্রে)।

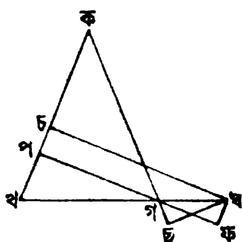
মথক্কী মান্নবা বাহীশিং অসি তিন্নশিল্লগা। (চফগ মতুং ইন্না)।

ঘছ + ঘচ = গফ + ফপ = গপ ।

মতৌ অসিগুম্না খ বিন্দুদগী কগ দা লম্ব চংলগা ঘচ অমসু ঘছ তিন্নবা অসি লম্ব অসিগা মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌবা ঙাই।

অতুগা কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভুমিগী মতোনগী খ অমসুং গ বিন্দু অরেপ্পনি অমসুং মায়োক্কবা কগ অমসু কখ বাহু লেপ্চদবনি; মরম অসিনা খ অমসু গ দগী মায়োক্কবা বাহুদা চিনবা লম্বগী অশা বা চোংদবনি।

∴ ঘ বিন্দুনা খগ ভুমিগী মথুংদা লৈনিংবা মফমদা লৈবদা ঘছ অমসুং ঘচ গী তিন্নবা ফল লেঙদবনি।



পাওথুম—(২) কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ=কগ অমসুং খগ ভুমি শাংদোক্লগা লৈবা ঘ বিন্দুদগী কখ, অমসুং কগ শাংদোকপদা মথংশিংনা ঘচ অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে ; অমসুং কখ দ গপ লম্ব থাদরে।

ঘচ—ঘছ=গপ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

কখ গা সমান্তর ওইনা ঘফ লৈই চিংবনা পগ শাংদোকপবু ফ বিন্দুদা উনহল্লু।

প্রমাণ—ঘচ, ফপ অনি অসি কখ লৈইদা লম্ব ওাকনি ;

(পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘচ গা ফপ গা সমান্তরনি।

অদুগা ঘফ গা কখ হায়বদি চপ গা সমান্তরনি ;

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘচপফ অসি সামান্তরিকনি।

অমসুং ঘচপ ∠ =সম ∠ অমা। [∵ ঘচ না কখ দা লম্ব ওই]।

∴ ঘচপফ আয়তনি।

∴ ঘচ=ফপ,

অমসুং ঘফপ ∠ =সম ∠ অমা।

অমুক হন্না ঘফ গা কখ গা সমান্তরনি অমসুং খঘ না মখোইবু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ খঘফ ∠ = একান্তর কখগ ∠ । (১৪শুবা উঃ) ।

অদুগা ঘগছ ∠ = কগখ প্রতীপ ∠ । (৩শুবা উঃ) ।

তোইশুম্বসুং কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ ।

খঘফ ∠ = ঘগছ ∠,

হায়বদি, গঘফ ∠ = ঘগছ ∠ ।

হৌজিক গছঘ, ঘফগ ত্রিভুজগী

গছঘ ∠ = ঘফগ ∠, [∵ মখোই খুদি সমকোণনি] ।

ঘগছ ∠ = গঘফ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

অমসুং গঘ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্নমক মান্নৈ । (১৭শুবা উঃ) ।

∴ ঘছ = গফ ।

অদুগা ঘচ = ক্ষপ । (প্রমাণ তৌখ্রে) ।

মখাগী মান্নবা রাশীশিংদগী মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি খায়দোক্লবদি ;

ঘচ – ঘছ = ক্ষপ — গফ,

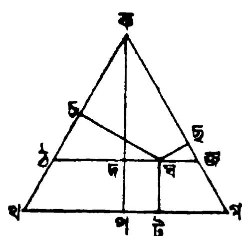
হায়বদি ঘচ – ঘছ = গপ ।

মতৌ অসুম তৌনা খ দগী কগ বাহুদা লম্ব চিংলগা ঘচ – ঘছ গা লম্ব অদুগা মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১৫। বাহৎ—বাহু অহুম মান্নবা ত্রিভুজগী মনুংদা করিগুম্বা বিন্দু অমদগী বাহু অহুমগী মথক্তা চিংবা লম্ব মখৈ তিনশিন্নরগা করিগুম্বা কাণগী বিন্দুদগী মা'য়াক্লবা বাহুগী মথক্তা চিংবা লম্ব অহুগা মান্নৈ; মরম অদুনা মখোই তিন্নশিনবা অহু মতম লৈবা খিবিক্তা লেঙদনা মান্নদুনা লৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা ঘ বিন্দুদগী কখ, খগ, গক বাহুদা মথংশিংনা ঘচ, ঘট অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে; অমসুং খগ ভুমিগী মথক্তা কপ লম্ব থাদরে।



ঘচ+ঘট+ঘছ=কপ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি,

অমসুং ঘচ, ঘট অমসুং ঘছ অহুম তিন্নশিনবা অহু মতম লৈবা খিবিক্তা লেঙদনা মান্নদুনা লৈ হায়বা উৎকদবনি।

ঘ বিন্দু ফাওদোক্লুনা খগ গা সমান্তর ওইনা ঠদঘজ লৈই চিংবদা কখ, কপ অমসুং কগ বু ঠ, দ অমসুং জ বিন্দুদা উনহল্লু।

প্রমাণ—ঠজ গা খগ গা সমান্তরনি; অমসুং কখ না মখোইবু ঠ অমসুং খ বিন্দুদা ককই;

∴ মপানগী কঠজ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা কখগ ∠।

মতৌ অমুম্না কজঠ ∠ = কগখ ∠।

তৌইগুম্বসুং কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

কখগ ∠ = কগখ ∠ = খকগ ∠।

(৫শুবা উঃ ২শুবা অনুমান)।

∴ কঠজ ∠ = কজঠ ∠ = খকগ ∠,

হায়বদি, কঠজ ∠ = কজঠ ∠ = ঠকজ ∠ ।

∴ কঠজ অসি সমবাহু ওইরে। (৬ওবা উঃ গী অনুমাণ)।

হেৌজিক কঠজ সমবাহু ত্রিভুজগী ঠজ ভুমিগী মমুংদা লৈবা ঘ বিন্দুদগী কঠ অমসুং কজ বাহুদা মথং শিংনা ঘচ অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে ;

∴ ঘচ গা ঘছ গী অপুনবনা ঠ নত্রগা জ বিন্দুদগী মায়োক্কবা বাহুদা চিংবা লম্বগা মান্নে। (মথক্কী বাহংগী পাওখুম)।

তৌইগুম্বসুং কঠজ সমবাহু ত্রিভুজগী ক, ঠ, জ হায়বা কোণগী বিন্দু অহুমদগী মায়োক্কবা বাহুদা চিংবা লম্বমখৈ মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই।

অদুগা কপ অসি খগ দা লম্বনি, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং ঠজ গা খগ গা সমান্তরনি ; (মেকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কদ অসি ঠজ দা লম্বনি।

∴ ঘচ + ঘছ = কদ ।

অমুক হন্না, দপটঘ অসি আয়তনি ;

∴ ঘট = দপ ।

অদুগা ঘচ + ঘছ = কদ । (প্রমাণ তৌখে,)।

মথক্কী মান্নবা য়াথীশিং অসি তিন্নশিন্নগা

ঘট + ঘচ + ঘছ = দপ + কদ,

হায়বদি ঘচ + ঘছ + ঘট = কপ ।

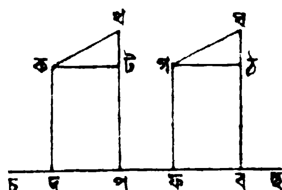
তৌইগুম্বসুং কপ অসি কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দুদগী মায়োক্লবা বাহুদা চিংবা লম্বনি ;

∴ কপ গী অশা.বা অরেপ্পনি ;

∴ ঘচ, ঘছ অমস্তুং ঘট গী তিন্নশিনবা ফল মতম লৈবা খিবিক্কা লেঙদ। অঃ উঃ হিঃ।

১৬। বাহং—মাল্লবা অমস্তুং সমান্তর ওইবা লৈইশিগী অরেপ্পা করিগুম্বা লৈই অচুম্ব। অমগী মথক্তা মাল্ল মাল্লবা লম্ব-চ্ছায়া লৈ হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—কখ অমস্তুং গঘ লৈই অনি অসি মান্নে অমস্তুং সমান্তর ওই ; অমস্তুং খদ, খপ, গফ অমস্তুং ঘব অসি চছ লৈই অচুম্বদা লম্ব ওইনা চিংলে।



দপ＝ফব হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

কট অমস্তুং গঠ অসি চছ দা সমান্তর ওইনা চিংউ।

প্রমাণ—খপ অমস্তুং ঘব লৈইশিং অসি চছ দা লম্ব ওই ;

∴ খপ গা ঘব গা সমান্তর ওই।

অমুগা কখ গা গঘ গা সমান্তর ওই ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখট ∠ ＝গঘঠ ∠ ।

অমুক কট অমস্তুং দপ সমান্তরনি ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমস্তুং দপ অসি খপ দা লম্বনি ;

∴ কট অসিসু খপ দা লম্বনি।

∴ কটখ ∠ = সম ∠ অমা।

মতৌ অসুম্না গঠঘ ∠ = সম ∠ অমা।

হৌজিক কখট, গঘঠ ত্রিভুজগী

কখট ∠ = গঘঠ ∠, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

কটখ ∠ = গঠঘ ∠। [∵ মখাই খুদিং সমকোণনি। পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসু কখ = গঘ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মপা পূম্নমক মান্নে। (১৭শুবা উঃ)।

∴ কট = গঠ।

অমুক হন্না কদ, টপ অনি অসি দপ দা লম্বনি।

∴ কট অমসুং দপ সমান্তরনি ;

কট অমসুং দপ সমান্তরনি। (হেকপগী মতুং ইন্না)

∴ কদপট আয়তনি।

∴ কট = দপ।

মতৌ অসুম্না গফবঠ আয়তকা

গঠ = ফব।

তৌইশুম্বসুং, কট = গঠ ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

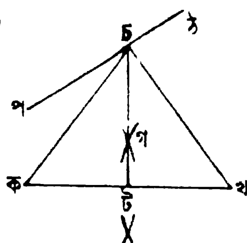
∴ দপ = ফব। অঃ উঃ হিঃ।

সম্পাদ্যগী নৈননবা বাহংগী পাওখুম

(লামাই ১১৩)

৬। বাহং— পঠ লৈই অচুম্বদা ক অমসুং খ বিন্দু অনিদগী

চপমান্নবা লাপনা লৈবা বিন্দু অমা পুথোকদবনি। করম্না মতমদা মসি যাদব.গ ?



পাওথুম—পঠ লেই অচুম্বা অমনি, অমসুং ক, খ অরেম্বা বিন্দু অনিনি।

ক অমসুং খ দগী চপমান্নবা লাম্না পঠ লৈইগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমা পুথোকদবনি।

থেকপা—কখ লৈই অচুম্ববু গট লম্বনা অনি থোক্না মান্নবা থাযাদাকট। (২শুবা সম্পাদ্য)।

টগ শাংদাকপনা পঠ বু চ বিন্দুদা কাক্লে। অদু ওইরবদি পঠ গী মনুংদা চ বিন্দু অসি ক অমসুং খ বিন্দুদগী চপমান্নবা লাপকনি।

প্রমাণ—চক অমসুং চখ শমজিন্নৌ।

চকট, চখট ত্রিভুজগী

কট = খট, (থেকপগী মতু ইন্না)।

চট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা চটক ∠ = মরক্তা লৈবা চটখ ∠ ;

(মখোই থুদিং সমকোণনি)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নৈ। (৪শুবা উঃ)।

∴ চক = চখ.

হায়বদি পঠ লৈইগী মন্নুংদা চ বিন্দু অসি ক অমসুং খ দগী চপমান্নবা লাপই।

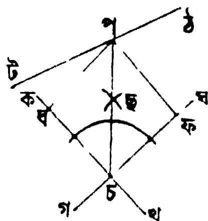
পঠ লৈই অচুম্বনা কখ দা লম্ব ওইনা লৈরম্লবদি ক অমসুং খ দগী পঠ গী মন্নুংদা লাপ্পা চপমান্নবা বিন্দু অমা পুথোকপা য়াদে।

অঃ উঃ ছিঃ।

৭। **মাইং**—টঠ লৈই অচুম্বদা অসিগুম্বা বিন্দু অমা পুথোকউ, মহুদি অমগা অমগা কক্নবা লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নবা লৈগনি করম্বা মতমদা মসি য়াদে।

পাওথুম—টঠ লৈই অচুম্বা অমনি; অমসুং কখ অমসুং গঘ অসি চ বিন্দুদা অমগা অমগা কক্নবা লৈইনি।

টঠ গী মন্নুংদা কখ অমসুং গঘ দগী লাপ্পা চপমান্নবা বিন্দু অমা পুথোক্কদবনি।



য়েকপা—কচঘ কোণবু চছ না অনি থোক্না মান্নবা থায়দোকউ। (১বা সম্পাদ্য)।

চছ শাংদোকপনা টঠ বু প বিন্দুদা ককলে। অদু ওইববদি প বিন্দু অসি কখ অমসুং গঘ কক্নবা লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নে।

প্রমাণ—কখ অমসুং গঘ দা মথংশিংনা পব অমসুং পফ লম্ব চিংউ।

পবচ, পফচ ত্রিভুজগী

পচব ∠ = পচফ ∠, (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

পবচ ∠ = পফচ ∠, (মখোই খুদিং সমকোণনি) ।

অমসুং পচ মখোইগী তিন্নবা বাহুনি ;

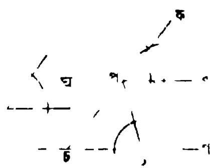
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্ণমক মান্নৈ । (১৭শুবা উঃ)

∴ পব = পফ,

হায়বদি, টঠ লৈইগী মনুংদা প বিন্দু অসি কখ অমসুং গঘ কক্নবা লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নৈ ।

টঠ না কচঘ কোণবু তঞ্জাই তানা থাবা লৈইগা সমান্তর ওইরমবদি, অসিগুম্ব বিন্দু পুথোকপা যাদে । অঃ উঃ হঃ ।

৮ । ৱাহং—অরেপ্পা প বিন্দুদগী, অরেপ্পা খগ লৈই অমগা লোয়ননা করিগুম্বা অরেপ্পা কোণ অমগা মান্নবা কোণ অমা শাহ্নুনা লৈই অচুম্বা অমা চিংউ ।



পাওথুম—প অসি অরেপ্পা বিন্দুনি ; খগ অরেপ্পা লৈইনি অদুগা ঘ না অরেপ্পা কোণনি ।

প বিন্দুদগী খগ দা ঘ কোণ গা মান্নবা কোণ শাহ্নুনা লৈই অচুম্বা অমা চিংগদবনি ।

য়েকপা—খগ গী মনুংদা করিগুম্বা ট বিন্দু লৌবগা টপ শমজিন্নৌ অমসুং খগ গা সমান্তর ওইনা পব লৈই চিংউ । (৩শুবা সম্পাদ্য) ।

পব গী প বিন্দুদা ঘ কোণগা মান্নবা ফপব কোণ শাও। ফপ শাংদোকপনা খগ বু চ বিন্দুদা কক্লে।

অদু ওইরবদি, পচ অসি পাম্লিবা লৈই অদুনি।

প্রমাণ—পব অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং ষচ না মখোইবু প অমসুং চ বিন্দুদা ককলি ;

∴ মপানগী ফপব ∠ = মনুংগী লাপ্পবা পচগ ∠ ।

(১৪শুবা উঃ)।

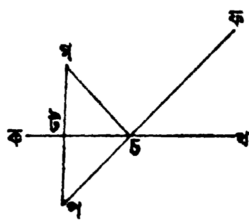
তৌইগুম্বসু ফপব ∠ = ঘ কোণ। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ পচগ ∠ = ঘ কোণ।

∴ পচ অসি পাম্লিবা লৈই অদুনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। ৱাহং- কখ লৈই অচুম্বগী নাকল অমত্তদা লৈবা গ অমসুং ফ অরেপ্পা বিন্দু অনিদগী অসিগুম্বা লৈই অনি চিংউ মখোই অদুদি কখ লৈই অচুম্বদা অমগা অনগা করুদুনা কখ লৈই অচুম্বগা লোয়ননা মান্ন মান্নবা কোণ শাগনি।



পাওথুম—কখ লৈই অচুম্বগী নাকল অমত্তদা লৈবা গ অমসুং ফ অরেপ্পা বিন্দু অনিনি।

গ অমসুং ফ বিন্দুদগী কখ লৈইদা করুবা লৈই অচুম্বা অনি চিংবনা কখ গা লোয়ননা মান্ন মান্নবা কোণ শাগদবনি।

য়েকপা—কখ দা গট লম্ব চিংউ, অমসুং গট বু প ফাওবা শাংদোকপনা গট গা টপ গা মান্নহল্লু।

পফ শমজিন্নবনা কখ বু চ বিন্দুদা কক্লে। গচ শমজিন্নৌ।

অদু ওইরবদি গচ অমসুং ফচ অনি অসি পান্নিবা লৈইশিং অদুনি।

প্রমাণ—গটচ, পটচ ত্রিভুজগী

গট = টপ,　　(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

গটচ ∠ = পটচ ∠,　　(মখোই খুদিং সমকোনি)।

অমসুং টচ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে।　　(১৭শুবা উঃ)।

∴ গচট ∠ = পচট ∠ ।

তোইগুম্বসুং পচট ∠ = ফচখ প্রতীপ ∠ ।　　(৩শুবা উঃ)।

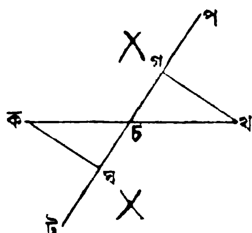
∴ গচট ∠ = ফচখ ∠,

হায়বদি গচক ∠ = ফচখ ∠ ।

∴ গচ অমসুং ফচ অনি অসি পান্নিবা লৈইশিং অদুনি।

অঃ উঃ হিঃ।

১০। বাহং—অরেপ্পা প বিন্দুদগী অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমা চিংউ, ক অমসুং খ অরেপ্পা বিন্দু অনিদগী মহাক্কী মথক্তা চিংবা লম্ব অনি অদু মান্নগনি।



পাওথুম—প, ক অমসুং খ অরেপ্পা বিন্দু অহুমনি।

প বিন্দুদগী অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমা চিংগদবনি, মদুগী মথক্তা ক অমসুং খ দগী চিংবা লম্ব অনি অচু মান্নগদবনি।

য়েকপা—কখ শরূজিন্নৌ; অমসুং কখ বু অনি থোক্লা মান্ননা খাযদোকউ। (২শুবা সম্পাদ্য)।

পচ শমজিন্নবন ট বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ অচু ওইরগদি ক অমসুং খ দগী পট গী মথক্তা চিংবা লম্ব অনি অচু মান্নগনি।

প্রমাণ—কঘ অমসুং খগ অনি অসি পট দা লম্ব ওইনা চিংউ।

কঘচ, খগচ ত্রিভুজগী

কচঘ ∠ = খচগ প্রতীপ ∠, (৩শুবা উঃ)।

কঘচ ∠ = খগচ ∠, (মথোই খুদিং সমকোণনি)।

অমসুং কচ = খচ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে। (১৭শুবা উঃ)।

∴ কঘ = খগ।

∴ পট অসি পাম্লিবা লৈই অচুনি।

প, ক অমসুং খ বিন্দু অহুম অসিনা লৈই অচুম্বা অমত্তদা লৈরবদি মথক্কী হিরম অসি যাদে।

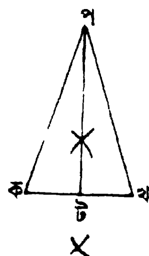
অঃ উঃ হিঃ।

(লামাই ১২৪—১২৫)

সম্পাদ্যগী নৈননবা ৱাহংগী পাওথুম

১০। **ৱাহং**—ভুমিনা ৪ সেঃ মিঃ ওইবা অমত্থগা ৱাংবনা ৬·২ সেঃ মিঃ ৱাংবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমা য়েকউ। বাহু অনি মান্নবে হায়বগী **প্রমাণ** পিযু অমসুং মখোইগী অশাংবা সেঃ মিঃ, মিঃ মিঃ কয়ানো ওন্দুনা হায়যু।

পাওথুম—কখ সেঃ মিঃ ৪ শাংবা লৈই অচুম্বনি।



কখ গী মথক্তা সেঃ মিঃ ৬·২ ৱাংবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমা য়েক্কদবনি অমসুং মান্নবা বাহু অনিগী অশাংবা ওনগদবনি।

য়েকপা— কখ বু ট বিন্দুদা অনিথোক্না মান্ননা খায়দোকউ।　　(২শুবা সম্পাদ্য)।

ট দগী কখ দা লম্ব ওইনা টপ লৈই চিংউ অমসুং টপ বু সেঃ মিঃ ৬·২ শাংহল্লু।

পক অমসুং পখ শমজিল্লো।

অদু ওইরবদি পকখ অসি পাম্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—পকট, পখট ত্রিভুজগী

কট = খট,　　(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

পট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কটপ ∠ = মরক্তা লৈবা পটখ ∠ ;

(মখোই থুদি' সমকোণনি)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)

∴ পক = পখ।

∴ পকখ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

অমসুং মহাক্ত অরাবা টপ অসি সে মিঃ ৬২ নি।

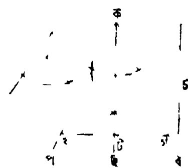
∴ পকখ অসি পাম্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমনি। পক অমসুং পখ খুদিংদু চেন্দুনা ২২ হদ সেঃ মিঃ ৬'৭ চেই।

অঃ উঃ হিঃ।

১১। **ৱাহং**—অসিগুম্বা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমা য়েকউ মতোন থংবা কোননা অপীবা কোণ অমগা মান্নবা অতৈগা মতোন-গী বিন্দুদগী ভূমিগী মথক্তা চিংবা লম্বনা অপীবা কোণ লৈই অচুম্বা অনগা মান্নবা।

মসিদগী সমবাহু ত্রিভুজ অমা য়েক্কদবনি অমসুং মতুগী মতোনগী বিন্দুদগী মায়োক্কবা বাহুদা চিংবা লম্বগী অশাংবা সেঃ মিঃ ৬ ওইগদবনি। বাহু অমগী অশাংবা খ্বাইদগী অনকপা মিলিমিটর ফাওবা পুথোক্কদবনি।

পাওখুম-(১) ফ অপীবা কোণনি অমসুং চ না সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী অরাং-বনি।



ফ কোণনা মতোনগী কোণ ওইবা, চ গী অশাংবা ৱাংবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ য়েক্কদবনি।

য়েকপা—করিগুম্বা কপ লৈই চিংউ, অমসুং কপ গী ক বিন্দুদা ফ কোণ গা মান্নবা খকব কোণ অমা শাও।

(৫শুবা সম্পাদ্য)।

পকব কোণবু কচ না তঙ্খাই তানা খায়দোকউ।

(১বা সম্পাদ্য ।

অমসুং কচ দগী চ গা শাংব মানবা কট মতুপ ককউ।

ট ফাওদোক্লনা কট দা লম্ব ওইনা খটগ লৈই চিংবা কপ অমসুং কফ দু খ অমসুং গ বিন্দুদা কাক্লে।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

প্রমাণ— কখট, কগট ত্রিভুজগী

খকট ∠ = গকট ∠, [য়েকপগী মতুং ইন্না]।

খটক ∠ = গটক ∠, [মখোই খুদিং সমকোণনি]।

অমসুং কট মখোই অনিগী চেন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে। (১৭শুবা উঃ)।

∴ কখ = কগ।

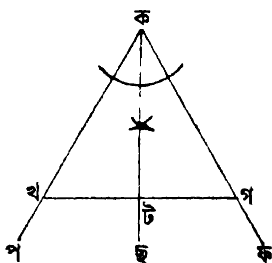
∴ কখগ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

অমসুং মঃ কা অৱাংবা কট গা চ গ মান্নে।

অমসুং মতোনগী খকগ ∠ = ফ ∠।

∴ কখগ অসি পাম্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

পাওথুম—(২) সমবাহু ত্রিভুজ অমা য়েক্কদবনি ; অমসুং মদুগী মতোনগী বিন্দুদগী মায়োক্নবা বাহুদা চিংবা লম্বগী অশাংবা সেঃ মিঃ ৬ ওইগদবনি।



য়েকপা—পকফ কোণ অসি ৬০°

গা মান্নবা শাও, অমস্নং কছ না মসিবু তশ্খাই তানা খায়দোকউ।
(১বা সম্পাদ্য)।

কছ দগী সেঃ মিঃ ৬ শাংবা কট মতুপ ককউ। ট ফাও-দোক্লুনা কট দা লম্ব ওইনা কপ অমস্নং কক্ষ বু খ অমস্নং গ দা ককতুনা খটগ লৈই চিংউ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাল্লিবা সমবাহু ত্রিভুজ অদু ওইরে।

প্রমাণ—মথক্কী পাওখুম (১) গী প্রমাণগুম্না কখগ অসি সমদ্বি-বাহু ত্রিভুজনি হায়না প্রমাণ তৌবা য়াই।

হৌজিক কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠। (৫শুবা উঃ)।

অমুক হন্না কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = ১৮০°।
(১২শুবা উঃ)।

অমস্নং খকগ ∠ = ৬০°। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিং অসিদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং অসি খায়দোক্লবদি।

কখগ ∠ + কগখ ∠ = ১২০°।

তৌইগুম্বস্নং কখগ ∠ = কগখ ∠। (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ মখোই খুদিংমক ৬০° নি।

∴ কখগ অসি সমান কোণী ত্রিভুজনি।

∴ কখগ অসি সমবাহু ত্রিভুজনি। (৬শুবা উঃ গী অনুমাণ)।

সমবাহু ত্রিভুজ অসিগী বাকু অমগী অশাংবা ওনবদা সেঃ মিঃ ৬·৯ ওই।

১২। **ৱাহং**—ক দগী খগ ভূমিগী মথক্তা চিংবা লম্বন সেঃ মিঃ ৫·০ নি অদুগা কখ, কগ বাহুনা মথ শিংনা সেঃ মিঃ ৫·৮ অমসুং ৯·০ নি। কখগ ত্রিভুজ অদু শাকউ।

পাওখুম—ক দগী খগ ভূমিগী মথক্তা চিংবা লম্বন সেঃ মিঃ ৫·০ ওইবা, কখ অমসুং কগ বাহুনা মথ শিংনা সেঃ মিঃ ৫·৮ অমসুং ৯·০ ওইবা ত্রিভুজ অদু শাকপনি

(১) (২)

য়েকপা—কঘ লৈইবা সেঃ মিঃ ৫·০ শাংনা লৌ। ঘ বিন্দু ফাওদোক্তুনা কঘ দা লম্ব ওইনা চঘছ লৈই অমা চিঙউ।

ক বু কেন্দ্র লোইদুনা সেঃ মিঃ ৫·৮ অমসুং ৯·০ বাসার্দ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি শাকপনা খ অমসুং গ 'বিন্দ' কঘ গী চিত্র (১) দা মাকলা অমহুদা, চিত্র (২) দা মাকলা অনিদা কাক্কে।

চিত্র খুদিংদা কখগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অদুনি।

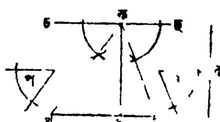
প্রমাণ—কখ = সেঃ মিঃ ৫·৮, [য়েকপগী মতুং ইন্না]।

কগ = সেঃ মিঃ ৯·০, [মরম অদুমক]।

অমসুং অৱাংবা কঘ = .সঃ িঃ ৫'০ । [মৰম অহুমক্কা] ।

∴ কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অহনি ।

১৩। ৱাহং কখগ ত্রিভুজ অমা অহুম্না য়েক্কদবনি, মাহু খ অমসুং গ কোণনা অপীবা প অমসুং ফ কোণগা মান্নবা, অদুগ' ক দগী খগ ভূমি গী মথক্তা চিংবা লম্বনা অপীবা লৈই ব গা মান্নবা ।



পাওথুম—প অমসুং ফ অপীবা কোণগা মথংশিংনা খ অমসুং গ কোণগা মান্নবা ক দগী ভূমিগী মথক্তা চিংবা লম্বগা অপীবা ব অশাংবগা মান্নবা কখগ ত্রিভুজ য়েক্কদবনি ।

য়েকপা—চকছ হায়বা লৈই অচুম্বা অমা লৌ; চকছ গী ক বিন্দুদ চকখ ∠ অমসুং ছকগ ∠ অনি অসি মথংশিংনা প অমসুং ফ কোণগা মান্না শাও । (৫শুবা সম্পাদ্য) ।

চছ দা কঘ লম্ব চিংউ অমসুং কঘ গা ব গা মান্না লৌ । ঘ বিন্দু ফাওদোক্তুনা খঘগ লৈই অসি কঘ দা লম্ব ওইনা চিংবনা কখ অমসুং কগ বু খ অমসুং গ বিন্দুদা কক্লে ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি ।

প্রমাণ—চছ অমসুং খগ লৈই অনিমক কঘ দা লম্বনি ;

∴ চছ গা খগ গা সমান্তরনি ।

হৌজিক চছ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং মখোইবু কখ না ক অমসুং খ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ চকখ ∠ = একান্তর কখগ ∠ । (১৪শুবা উঃ) ।

মাথৌ অমুম্না ছকগ ∠ = কগখ ∠ ।

তৌইগুম্বসুং চকখ ∠ = প ∠,　　(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং ছকগ ∠ = ফ ∠ ।　　(ময়ম অহুমক্তা)।

∴ কখগ ∠ = প ∠,

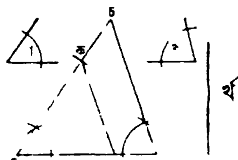
কগখ ∠ = ফ ∠ ।

অহংগা কঘ গা ব অশাংবগা মান্নে ।

∴ কখগ অসি পামিবা ত্রিভুজ অদুনি।

১৪। বাহং—খ অমসুং গ কোণ অদুগা খ´ বাহু পীদুনা লৈ। কোণ ওন্নবা থুলাই শিজিন্নদনা কখগ ত্রিভুজ য়েকউ।

পাওথুম—খ অমসুং গ কোণ পিরি অমসুং খ´ বাহু পিরি; কখগ ত্রিভুজ যেক্কদবনি।



য়েকপা—করিগুম্বা গঘ লৈই অদুম্বা অমা লৌ। গঘ গী গ অমসুং ঘ বিন্দুদা চগঘ অমসুং চঘগ কোণশিং অসি মথংশিংনা গ অমসুং খ কোণগা মান্ননা শাবদা গচ অমসুং ঘচ অনি চ বিন্দুদা উনৈ।

গ বু কেন্দ্র লৌদুনা খ´ অশাংববু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকপনা গচ বু ক বিন্দুদা করে। চঘ গা সমান্তর ওইনা কখ চিংবদা গঘ বু খ বিন্দুদা উনৈ।

অদু ওইরুবদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কখ গা চঘ গা সমস্তাংনি অমসুং গঘ না মাখাইবু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা ককই ;

∴ মপানগী কখগ ∠ = মনুংগী লাপ্পবা চঘখ ∠ ।

(১৪শুব উঃ) ।

তৌইশুবসুং চঘখ ∠ = খ ∠, [য়েকপগী মতুং ইন্না] ।

∴ কখগ ∠ = খ ∠ ।

অমসুং কগখ ∠ = গ ∠ । [য়েকপগী মতুং ইন্না] ।

অদুগা কগ গা খ অশংবগা মাপ্পৈ । (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ কখগ অসি পাম্রিবা ত্রিভুজ অমনি ।

১৫ । **ৱাহং**—অপীবা ভূমি অমগী মথক্তা অসিগুম্বা সমদ্বি-বাহু ত্রিভুজ অমা য়েকউ মদুগী মতোনগী কোণ অপীবা অ কোণগা মান্নবা ।

পাওথুম—খগ ভূমি অমসুং মতোনগী পবফ কোণ পিরি ।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমা য়েকদবনি ।

য়েকপা—পব বাহুবু ট বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ ।

ফবট কোণবু বচ না তঙ্খাই তানা খায়দোকই । খগ ভূমিগী খ অমসুং গ বিন্দুদা কখগ অমসুং কগখ কোণ অনি চসিগী খুদিংবু টবচ কোণগা মান্ননা শাবদা খক অমসুং গক অনি অমসু ক বিন্দুদা উনৈ ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাল্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

প্রমাণ—কখগ ∠ = টবচ ∠,   (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং কগখ ∠ = টবচ ∠,   (মরম অদুমক্তা)।

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ ।

কখগ ত্রিভুজদা

কখগ ∠ = কগখ ∠ ;

∴ কখ = কগ ।

∴ কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি।

অমুক হন্না, কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = সম ∠ অনি।

(১২শুবা উঃ)।

অদুগা পবফ ∠ + ফবট ∠ = সম ∠ অনি।   (১ব উঃ ।

∴ কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = পবফ ∠ + ফবট ∠ ।

তৌইগুম্বসুং কখগ ∠ + কগখ ∠ = ২ × টবচ ∠ = ফবট ∠ ।

অহানবগী মান্নবা কোণগী রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা কোণগী রাশীশিং অসি খায়দোক্লগা

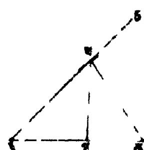
খকগ ∠ = পবফ ∠ ।

∴ কখগ অসি পাল্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

১৬। বাহং—গ্ কর্ণগী অশাংবা অদুগা ক্ অমসুং খ্ বাহুগী তিনশিন্নবা পীহুনা লৈ, কখগ সমকোণী ত্রিভুজ অদু য়েক্কদবনি।

গ্ = সেঃ মিঃ ৫·৩, অদুগা ক্ + খ্ = সেঃ মিঃ ৭·৩ ওইববদি ক্ অমসুং খ্ কয়া কয়ানো চিত্রগী পাম্বৈনা পুথোকউ ; অদুগা

$\sqrt{ক_{}+খ_{}}$ কয়া ওইগদগে পাত্নুনা পুথোকউ।



পাওথুম—গ_ কর্ণ= সে: মি: ৫'৩ অমসুং ক্+খ্=সে: মি: ৭'৩ ; সমকোণী ত্রিভুজ হেক-দবনি, অমসুং ক্, খ্ অমসুং $\sqrt{ক^2+খ^2}$ কয়া কয়ানো পুথোকদবনি।

য়েকপা—ঘক নৈই অচুম্বগা সে: মি: ৭'৩ গা মান্নবা লৌ। ঘক গী ঘ বিন্দুদা সমকোণগী তঙ্খাইগা মান্নবা চঘক কোণ শাও। ক কেন্দ্র লৌদুনা সে: মি: ৫'৩ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকপনা ঘচ বু খ বিন্দুদা কক্লে।

ঘক গী মথক্তা খগ লম্ব চিংলে।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা সমকোণী ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ— খগঘ ∠ = সম ∠ অমা। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং খঘগ ∠ = ½ সম ∠ । (মরম অদুমক্তা)।

∴ খগঘ ∠ + খঘগ ∠ = ১½ সম ∠ ।

তৌইগুম্বসুং গখঘ ∠ + খগঘ ∠ + খঘগ ∠ = ২ সম ∠ ।

(১৬শুবা উ:)।

অদুগা খগঘ ∠ + খঘগ ∠ = ১½ সম ∠ ।

অহানবা মান্নবা কোণগী রাশীশিংদগী অকোনবা মান্নবা কোণগী রাশীশিং অসি থায়দোক্লগা

গখঘ ∠ = ½ সম ∠ ।

∴ গখঘ ∠ = খঘগ ∠ ।

হৌজিক খগঘ ত্রিভুজগী

গখঘ ∠ = খঘগ ∠ ;

∴ ঘগ = গখ।   (৬ভবা উঃ)।

অমুক ক্ + খ্ = গখ + গক = ঘগ + গক = ঘক = সেঃ মিঃ ৭˙৩।

অদুগা খগক ∠ = সম ∠ অমা।

অমসুং গ্ = কখ = সেঃ মিঃ ৫˙৩।

কখগ অসি পাম্লিবা সমকোণী ত্রিভুজ অদুনি।

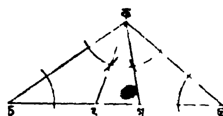
ওন্দুনা য়েংবদা ক্ = গখ = সেঃ মিঃ ৪˙৫।

অমসুং খ্ = গক = সেঃ মিঃ ২˙৮।

$\therefore \sqrt{ক্^2 + খ্^2} = \sqrt{(৪˙৫)^2 + (২˙৮)^2} = \sqrt{২৮˙০৯}$

= ৫˙৩ মিঃ মিঃ।

১৭। **বাহং**—ত্রিভুজগী সীমাফল (অকোয়বা) অমসুং ভুমিগা তাইনবা কোণ অনি পীদুনা লৈ, ত্রিভুজ অদু য়েকউ। ক্ + খ্ + গ্ = ১২ সেঃ মিঃ, খ = ৭০°, গ = ৮০° হায়না নিংউ।



পাওথুম—ক্ + খ্ + গ্ = ১২ সেঃ মিঃ, খ = ৭০° অমসুং গ = ৮০°।

কখগ ত্রিভুজ য়েক্কদবনি।

য়েকপা—কৱিগুম্বা চছ লৈই অচুম্বা অমা সেঃ মিঃ ১২ গা মান্নবা লৌ।

চছ গী চ অমসুং ছ বিন্দুদা কচছ অমসুং কছচ কোণশিং অসি মথংশিংনা ৩৫° অমসুং ৪০° গা মান্নবা শাও। চক অমসুং ছক অনি অসি ক বিন্দুদা উনহল্লু।

চক বাহুগী ক বিন্দুদা কচছ কোণগা মান্নবা চকখ কোণ শাও; মসিদা কখ না চছ বু খ বিন্দুদা উনৈ।

অমুক ছক বাহুগী ক বিন্দুদা কছচ কোণগা মান্নবা ছকগ কোণ শাও; মসিদা কগ না চছ বু গ বিন্দুদা উনৈ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্নিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

খচক ∠ = চকখ ∠ ; (য়েকপগী মতু' ইন্না)।

∴ চখ = কখ। (৫শুবা উঃ)।

মতৌ অমুম্না ছগ = কগ।

∴ কখ + খগ + কগ = চখ + খগ + গছ = চছ = ১২ সেঃ মিঃ।

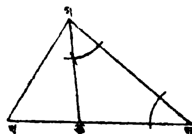
অমুক, কচখ ত্রিভুজগী চখ বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি;

∴ মপানগী কখগ ∠ = মনুংথংবা লাপ্নবা কচখ, চকখ কোণ তিন্নশিনবা = ৩৫° + ৩৫° = ৭০°। (১৬শুবা উঃগী প্রমাণদা)।

মতৌ অমুম্না কগখ ∠ = ৮০° হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগ অসি পাম্নিবা ত্রিভুজ অদুনি।

১৮। বাহং— ক্ = ৬·৫ সেঃ মিঃ, খ্ + গ্ = ১০ সেঃ মিঃ অদুগা খ = ৬০° কখগ ত্রিভুজ অদু য়েকউ। খ্ অমসুং গ্ কয়া কয়ানো ওন্দুনা হায়য়ু।



পাওথুম— ক্ = ৬·৫ সেঃ মিঃ,

খ্ + গ্ = ১০ সেঃ মিঃ অদুগা খ = ৬০°।

কখগ ত্রিভুজ য়েকদবনি। অমসুং ওন্দুনা খ্ অমসুং গ্ কয়া কয়ানো পুথোকদবনি।

য়েকপা—করিগুম্বা খঘ লৈই অচুম্বগা সেঃ মিঃ ১০ গা মান্ননা লৌ। খঘ গী খ বিন্দুদা গখঘ কোণ ৬০° গা মান্ননা শাও অমসুং খগ গা সেঃ মিঃ ৬'৫ গা মান্ননা লৌ।

গঘ শমজিল্লৌ।

গঘ গী গ বিন্দুদা খঘগ কোণগা মান্নবা কগঘ কোণ শাও অমসুং গক না খঘ বাহুবু ক বিন্দুদা উনৈ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কগঘ ত্রিভুজগী

কগঘ ∠ = কঘগ ∠ ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কঘ = কগ। (৬গুবা উঃ)।

গ্ + খ্ = খক + কগ = খক + কঘ = খঘ = ১০ সেঃ মিঃ।

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অদুগা ক্ = খগ = ৬'৫ সেঃ মিঃ ; (মরম অগ্রমক্রা)।

অমসুং কখগ ∠ = ৬০°।

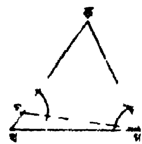
∴ কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

ওন্দুনা য়েংবদা কগ = খ্ = ৫'৮ সেঃ মিঃ

অমসুং কখ = গ্ = ৪'২ সেঃ মিঃ।

১৯। বাহৎ—ক্ = ৭ সেঃ মিঃ, গ্ − খ্ = ১ সেঃ মিঃ অদুগা খ = ৫৫°। কখগ ত্রিভুজ অদু য়েকউ। খ্ অমসুং গ্ কয়া কয়ানো ওন্দুনা পুথোকউ।

পাওখুম—ক্=৭ সেঃ মিঃ, গ্—খ্=১ সেঃ মিঃ অদুগা খ=৫৫° ।



কখগ ত্রিভুজ য়েক্কদবনি, অমসুং ওন্দুনা খ্ অমসুং গ্ কযা কযানো পুথোক্কদবনি ।

য়েকপা—খগ লৈইগা সেঃ মিঃ ৭ কা মান্নরা লৌ। খগ গী খ বিন্দুদা কখগ কোণ অসি ৫৫° গা মান্নরা শাও। খক দগী খঘ অসি সেঃ মিঃ ১ গা মান্নরা লৌ। ঘগ শমজিল্লো।

ঘগ গী গ বিন্দুদা কগঘ কোণ অসি কঘগ কোণগা মান্নরা য়েকউ, অমসুং ঘক অমসুং গক অনিমক ক বিন্দুদা উনৈ ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কগঘ ত্রিভুজগী

কগঘ ∠ = কঘগ ∠ ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কঘ = কগ। (৬স্তুবা উঃ)।

গ্—খ্ = কখ – কগ = কখ — কঘ = খঘ = ১ সেঃ মিঃ,

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং ক্ = খগ = ৭ সেঃ মিঃ, (মরম অদুমক্না)।

অমসুং কখগ = ৫৫ । (মরম অদুমক্না)।

∴ কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

ওন্দুনা য়েংবদা কগ = খ্ = ৭ সেঃ মিঃ।

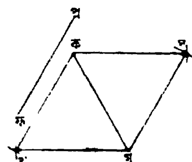
অমসুং কখ = গ্ = ৮ সেঃ মিঃ।

চতুভূর্জ য়েকপগী ময়মদা নৈননবা বাহংগী পাউখুম
(লামাই ১২৯—১৩১)

১। বাহং—অসিগুম্বা সমবাহু চতুভূর্জ অমা য়েকউ মহাক্কী বাহু খুদিংমক অমসুং কর্ণ অমখক অপীবা পফ লৈই অচুম্বা অমগা মান্নগদবনি।

মহাক্কী কোণ খুদিংমক্কী ডিগ্রী মশিং কয়ানো (ওন্দনা) পুথোকউ অমসুং পাওখুম খুদিং মরম তাকউ।

পাওখুম—পফ অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি।



বাহু খুদিংমক অমসুং কর্ণ অমগা পফ গা মান্নবা সমবাহু চতুভূর্জ অমা য়েক্কদবনি; অমসুং মহাক্কী কোণ খুদিংমক (ওন্দনা) পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—কগ লৈই অচুম্বগা পফ গা মান্ননা লৌ। ক অমসুং গ বু কেন্দ্র লৌদুনা কগ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা কগ গী নাকল অনিমক্তা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ অনি অনি অদু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা কয়ে।

কখ, গখ, কঘ অমসুং গঘ শমজিল্লো।

অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পাম্লিবা সমবাহু চতুভূর্জ অদুনি।

প্রমাণ—কখগঘ চতুভূর্জগী

কখ = কঘ, [বৃত্ত অমত্তগী ব্যাসার্দ্ধনি]।

খগ = গঘ, [মরম অদুমক্তা]।

অমসুং কখ = খগ। [মান্নবা বৃত্তগী ব্যাসার্দ্ধনি]।

∴ কখগঘ চতুভূর্জগী বাহু পুম্নমক অমগা অমগা মান্নৈ,

অমসুং বাহু খুদিং = কগ = পক।

∴ কখগঘ অসি পাল্লিবা সমবাহু চতুর্ভুজনি।

অমুক হন্না, কখগ ত্রিভুজগী

কখ = খগ = কগ ; (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ কখগ অসি সমানকোণী ত্রিভুজনি, (৬শুবা অহুমাণ)।

হায়বদি কখগ ∠ = কগখ ∠ = খকগ ∠ ।

অদুগা অসুম্বসুং কখগ ∠ + কগখ ∠ + খকগ ∠ = ১৮০ ।

(১৬শুবা উঃ)।

∴ কোণ খুদিংমক = $\frac{১৮০^\circ}{৩}$ = ৬০° ।

∴ কখগ ∠ = ৬০° ।

মতৌ অসুম্না কঘগ ত্রিভুজগী মমুংদা লৈবা কোণ খুদিংমক = ৬০° হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কঘগ ∠ = ৬০° ।

হৌজিক খকঘ ∠ = খকগ ∠ + গকঘ ∠ = ৬০° + ৬০° = ১২০° ।

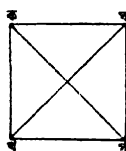
মতৌ অসুম্না খগঘ ∠ = ১২০° হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কখগ, কঘগ কোণ খুদিংনা ৬০° নি, অমসুং খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংনা ১২০° নি।

২। বাহং—২·৫ ইঞ্চি শাংবা বাহু অমগী মথক্তা সমচতুর্ভুজ অমা য়েকউ। মহাক্কী কর্ণ অনি অদু মান্নৈ হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ পিয়ু; অমসুং কর্ণ অদুগী অশাংবা ইঞ্চি অমসুং ইঞ্চিগী

শরুক চামগী শরুক কয়ানো ওন্দুনা নহাক্না য়েকপা অদু চুমই চুমদে হায়বা চাং য়েংউ।

পাওখুম—(১) বাহু খুদিংনা ইঞ্চি ২·৫ শাংবাসমচতুর্ভুজ অমা য়েক্কদবনি।



য়েকপা—খগ বাহুবু ইঞ্চি ২·৫ শাংনা লৌ। খ অমসুং গ বিন্দুদা খক অমসুং গঘ অনি অসি খগ দা লম্ব ওইনা চিংউ অমসুং খক, গঘ খুদিংমক ইঞ্চি ২·৫ শাংহল্লু। কঘ শমজিন্নৌ।

অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পাম্নিবা সমচতুর্ভুজ অদুনি।

(২) মথক্কী চিত্রদা কগ, খঘ কর্ণ শমজিন্নরে, অমসু মখোই খুদিংমক মান্নে হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ, ঘগখ ত্রিভূজগী কখ = গঘ,

(মখোই খুদিং ইঞ্চি ২·৫ নি)।

খগ মখোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি।

অমসুং মরক্তা লৈবা কখগ ∠ = মরক্তা লৈবা খগঘ ∠ ;

(মখোই খুদিং সমকোণনি)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

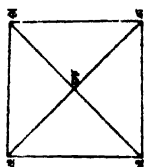
∴ কগ = খঘ।

অমসুং ওনবদা কর্ণ খুদিংমক ইঞ্চি ৩·৫৪ ওই।

৩। **বাহং**—ইঞ্চি ৩·০ কর্ণগী মথক্তা সমচতুর্ভুজ অমা য়েকউ। অমসুং সমচতুর্ভুজ অদু বাহু খুদিংমক্কী অশাংবা

অদু ওন্দুনা লেপথোউ। মথল পূম্নমক অদুগী চাওরাকপা (গড়) অমা পুথোকউ।

পাওথুম—ইঞ্চি ৩ শাংবা লৈইনা কর্ণ ওইবা সমচতুর্ভু্জ অমা য়েক্কদবনি অমসুং মদুগী বাহু খুদিংগী অশাংবা ওনগদবনি।



য়েকপা—কগ লৈই অচুম্ববু ইঞ্চি ৩ শাংনা লৌ। কগ বু অনি থোক্না মাম্মনা ট বিন্দুদা খায়দোকউ। ট বিন্দু ফাওদোকুনা কগ দা লম্ব ওইনা খটঘ লৈই চিংউ অমসুং খট, টঘ খুদিংমক ইঞ্চি ১৫ শাংহল্লু।

কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক শমজিল্লৌ। অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পাম্লিবা সমচতুর্ভু্জ অদুনি।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভু্জগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি অমনা অমবু অনি থোক্না মাম্মনা খায়দোকই ;

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কখগঘ অসি সামান্তরিক ওই। (লামাই ৮৭কী ৩ত্তবা য়াহং)।

অমুক হন্না, কগ = ইঞ্চি ৩

খঘ = ইঞ্চি (১.৫ + ১.৫) = ইঞ্চি ৩।

∴ কখগঘ সামান্তরিক্কী কগ কর্ণ = খঘ কর্ণ ;

∴ কখগঘ অসিগী কোণ পূম্নমক সমকোণ ওক্লি,

(লামাই ৮৭কী ৩ত্তবা য়াহং)।

হায়বদি মসি আয়ত অমনি।

যৌজিক কখট, গখট ত্রিভুজগী

কট = গট ।

খট মথোই অনিমক্কী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কটখ ∠ = মরক্তা লৈবা গটখ ∠ ;

(মখোই খুদিং সমকোণনি) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূর্ন্নমক মান্নে । (৪শুবা উঃ) ।

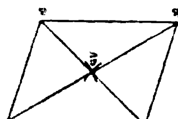
∴ কখ = খগ ।

কখগঘ আয়তকী তাইনবা বাহু অনি মান্নরে ;

∴ কখগঘ অসি সমচতুর্ভুজ ওইরে ।

অমসুং মসিগী বাহু খুদিং ওন্দুনা য়েংবদা ইক্কি ২'১২ ওই হায়বা ঙংই ।

৪ । বাহুং — কখ = ৫'৫ সেঃ মিঃ ; কগ, খঘ কর্ণ সথ শিংনা সেঃ মিঃ ৮ অমসুং ৬ নি ; কখগঘ সামান্তরিক অহু য়েকউ । কঘ গী অশাংবা ওন্দুনা পুথোকউ ।



পাওথুম—কখ = ৫'৫ সেঃ মিঃ, কগ কর্ণ = ৮ সেঃ মিঃ, খঘ = ৬ সেঃ মিঃ হায়বা পিরি ; কখগঘ সামান্তরিক য়েক্কদবনি ।

য়েকপা—কখ বাহুবু সেঃ মিঃ ৫'৫ শাংনা লৌ । ক অমসুং খ বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ৪ অমসুং ৩ ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা ট বিন্দুদা কক্করে ।

কট শমজিন্নদুনা গ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কট গা টগ গা মান্নহল্লু ।

অমুক, খট শমজিন্নহুনা ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা

খট গা টঘ গা মান্নহল্লু।

কঘ, ঘগ, গখ শমজিন্নৌ।

অহু ওইন্নবদি কখগঘ অসি পান্নিবা সামান্তরিক অহু ওইরে।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা

অমবু অনি থোক্না মান্নবা থায়দোকই ;

∴ কখগঘ অসি সামান্তরিকনি।

অদুগা কগ = কট + টগ

= ৪ সে: মি: + ৪ সে: মি: = ৮ সে: মি:।

খঘ = খট + টঘ = ৩ সে: মি: + ৩ সে: মি: = ৬ সে: মি:।

অমসুং কখ = ৫.৫ সে: মি:।

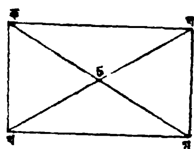
∴ কখগঘ অসি পান্নিবা সামান্তরিকনি।

ওন্দুনা য়েংবদা কঘ অসি সে: মি: ৪.৪ নি হায়বা ফংই।

৫। ৱাহং—করিগুম্বা চতুর্ভুজ অমগী কর্ণ অনি অহু মান্নৈ (মখোই খুদিংমক্না ৬.০ সে: মি: ওইদুনা) অমসুং ৬০° কোণদা অমগা অমগা ময়ায়দা কক্লরে।

মফম অসিদা মখাপোন্নদবা হিরম মঙাখক পীরে হায়বা অসি উৎলু।

চতুর্ভুজ অহু য়েকউ। মাহু করম্বা চতুর্ভুজনো? পাওথুম পীবদা জ্যামিতিগী প্রমাণ তাকউ। মহাক্না অকোয়বা ওন্দুনা হায়য়ু। কর্ণ অনি অদুগী মনুংদা লৈবা কোণ অহু ৯০° ফাওবা হেনগৎলবদি অকোয়বা অহু চামগী হিংদা কয়া হেনগৎপগে?



পাওথুম—(১) সেঃ মিঃ ৬ শাংবা মান্নবা কর্ণ অনিনা অমনা অমবু ৬০° দা ময়ায়দা কল্লবা চতুর্ভুজ অমা য়েক্লগা প্রমাণ পীদুনা করম্বা চতুর্ভুজনো হায়গদবনি।

য়েকপা—কগ লৈই অচুম্ববু সেঃ মিঃ ৬ শাংনা লৌ। অমসুং মসিবু চ বিন্দুদা তন্থাই তানা খায়দোকউ। চ বিন্দু ফাওদোক্লুনা খচঘ লৈই অচুম্বা চিংবদা কগ গা লোয়ননা ৬০° গী কচখ কোণ শেমউ অমসুং খচ, চঘ খুদিংনা সেঃ মিঃ ৩ শাংহল্লু।

কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক শমজিন্নৌ; অদু ওইববদি কখগঘ অসি পাম্লিবা চতুর্ভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু ময়ায়দা কল্লে;

∴ কখগঘ অসি সামান্তরিকনি।

(লামাই ৮৭ কী নৈননবা বাহং ওগুবা)।

অমুক হন্না কগ কর্ণগা খঘ কর্ণগা মান্নে; (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কখগঘ সামান্তরিকী কোণ পুম্নমক সমকোণনি।

(লামাই ৮৭ কী ৫শুবা নৈননবা বাহং)।

হায়বদি, কখগঘ অসি আয়তনি।

(২) মথক্কী হিরম অসিদগী অমগা অমগা মখাপোন্নদবা মখাগী মওাখক অসি ফংই—

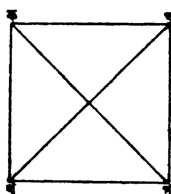
(ক) কগ গী ময়ুং, (খ) খঘ গী ময়ুং, (গ) কগ না খঘ বু

তথ্বাই তানা থায়দোকই, (ঘ) থঘ না কগ বু তথ্বাই তানা থায়-দোকই অমসুং (ঙ) কগ অমসুং থঘ অনি অসি ৬০° গী কোণ শেমগনা কয়ে।

(৩) কথ অমসুং থগ বু ওনবদা কথ=৩ সেঃ মিঃ অমসুং থগ=৫·২ সেঃ মিঃ হায়বা ফংই।

মরম অদুনা অকোয়বা=কথ+থগ+গঘ+ঘক

=৩+৫·২+৩+৫·২=১৬·৪ সেঃ মিঃ।



(৪) কর্ণ অনিগী মবক্তা লৈবা কোণ অসি ৯০° দা হেনগৎলবদি নাকলদা উৎলিবা চিত্রগী মতুং ইন্না মসি সমচতুর্ভুজ ওই।

কথগঘ সমচতুর্ভুজগী বাহু থুদিংমক ওনবদা সেঃ মিঃ ৪·২৪ নি হাযবা ফংই ;

∴ অকোয়বা=১৬·৯৬ সেঃ মিঃ।

∴ হেনগৎপা=১৬·৯৬ – ১৬·৪ = ·৫৬ সেঃ মিঃ।

∴ চামদা হেনগৎপা হিং= $\frac{·৫৬ \times ১০০}{১৬·৪}$ =৩·৪।

৬। বাহং—কথগঘ চতুর্ভুজগী কথ=৫·৬ সেঃ মিঃ, থগ=২·৫ সেঃ মিঃ গঘ=৪·০ সেঃ মিঃ অদুগা ঘক=৩ ৩ সেঃ মিঃ। পীবিবা হিবমশিং অসিদগী চতুর্ভুজ অদুগী মওং লেপ্পা য়াদে হায়বা অসি তাকউ।

(১) ক =৩০°, (২) ক =৬০° ওইরবদি চতুর্ভুজ অদু

য়েকউ। ক=১০০° ওইববদি চতুর্ভুজ অদু য়েকপা য়াদবা করিগীনো ?

ক গী খ্বাইদগী হেন্না পীকপা ডিগ্রী কয়া ওইবগা য়েকপা য়াদবগে চিত্রগী পাম্বৈনা লেপউ।

পাওথুম—কখ=৫'৬ সেঃ মিঃ, খগ=২'৫ সেঃ মিঃ, গঘ= ৪ সেঃ মিঃ অমসুং ঘক=৩'৩ সেঃ মিঃ পীবি।

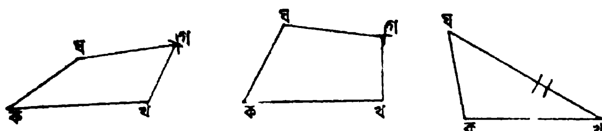
চতুর্ভুজ অসিগী মওং লেপ্পা য়াদে হায়বা উৎকদবনি।

ময়ম মঙা পীবগা চতুর্ভুজগী অরেপ্পা মওং লেপ্পা ঙমই, ভৌইগুম্বসুং মকম অসিদা মবম মবি, হায়বদি বাহু মবিগী অশাংবত্তা মপীবে, ময়ম অমা য়াৎলে ;

∴ চতুর্ভুজগী মওং লেপ্পা য়াদে।

(১) ক =৩০°, অমসুং　(২) ক =৬০° মতমদা চতুর্ভুজ অদু য়েকদবনি অমসুং　(৩) ক =১০০° মতমদা চতুর্ভুজ য়েকপা য়াদে হাযবা, অমসুং ক না কযা ফাওবা খ্বাইদগী পিকথবগা চতুর্ভুজ অদু য়েকপা য়াদবগে হায়বা উৎকদবনি।

য়েকপা—(১) খকঘ $\angle$ অসি ৩০° গা মান্নবা শাও অমসুং কখ অমসুং কঘ মথংশিংনা সেঃ মিঃ ৫'৬ অমসুং ৩'৩ গা মান্নবা লৌ।



খ অমস্তুং ঘ বু কেন্দ্র লৌদুনা মথংশিংনা সেঃ মিঃ ২'৫ অমস্তুং ৪ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা গ বিন্দুদা করুবে।

খগ, ঘগ শম্জিন্নৌ।

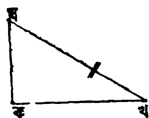
অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পাম্বিবা চতুর্ভুজ অদুনি।

(২) মতৌ অসুম্না চিত্র (২) দা খকঘ কোণগা ৬০° গা মান্নবা য়েকলগা কখগঘ চতুর্ভুজ য়েকপা য়াই। (৩) ক কোণনা ১০০° ওইববদি খ অমস্তুং ঘ বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ২'৫ অমস্তুং ৪ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ অনি অদু করুবোই, মবমদি খঘনা (৪+২'৫), হায়বদি ৬'৫ সেঃ মিঃ দগী হেন্না চাওরমগনি। মবম অদুনা চিত্র (৩) দা চতুর্ভুজ অদু য়েকপা য়াবোই। চিত্র (৪) দা খ অমস্তুং ঘ বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ২'৫ অমস্তুং ৪ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ অনি অসিনা করুবা নত্তনা শোক্লবা কান্দা ক কোণগী খ্বাইদগী পিকপা চাং ওইগবদনি, হায়বদি মতম অদুদদি খঘ অসি ৪+২'৫ = ৬'৫ সেঃ মিঃ ওইগনি। ক কোণনা ৯০° ওইরবদি,

$$খঘ = \sqrt{কখ^2 + কঘ^2}$$

$$= \sqrt{(৫'৬)^2 + (৩'৩)^2}$$

$$= ৬'৫ \text{ সেঃ মিঃ।}$$



(৪)

∴ ক কোণগী খ্বাইদগী পিকপা চাংনা ৯০° ওইগনি।

৭। বাহং—করিগুম্বা চতুর্ভুজ অমগী বাকু মরি অমস্তুং কর্ণগী অশাংবা পীদুনা লৈরবদি করম্বা পাম্বৈনা মাদু য়েকদগে

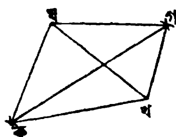
তাকউ। সম্পাদ্য অসি য়াননবা পীরিবা হিরম ময়ামগী করম্বা মরী লৈবা তাই।

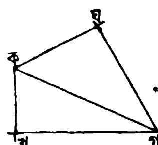
নহাক্না পুথোক্লিবা পাদ্বে অদুগী মতুং ইন্না অসিগুম্বা কখগঘ চতুর্ভুজ অমা য়েকউ মাদুগী

(১) কখ = ৩'০", খগ = ১'৭", গঘ = ২'৫", ঘক = ২'৮" অদুগা খঘ কর্ণ = ২'৬"। কগ ওন্দুনা পুথোকউ।

(২) কখ = ৩'৬ সেঃ মিঃ, খগ = ৭'৭ সেঃ মিঃ, গঘ = ৬'৮ সেঃ মিঃ, ঘক = ৫'১ সেঃ মিঃ অদুগা কগ কর্ণ = ৮'৫ সেঃ মিঃ। খ অমসুং ঘ কোণ ওন্দুনা পুথোকউ।

পাওথুম—(১) চতুর্ভুজগী বাহু মরি অমসুং কর্ণ অমা পীরগা চতুর্ভুজ কমদৌনা য়েক্কদগে হায়বা অমসুং (২) সম্পাদ্য অসি য়াননবা হিরম ময়াম অসিগী করম করম্বা মরী লৈগদগে হায়বদু শন্দোক্না হায়গদবনি।





(১) (২)

(১) চতুর্ভুজ অমা য়েকপদা পীরিবা কর্ণ অদুগা শাংবা মান্নবা লৈই অচুম্বা অমা লৌরগা, কর্ণ অসিনা মরক্তা লৈবা কোন্দা খায়দোক্কবা তাইনবা বাহু অনি অনি লৌদুনা কর্ণ অসিগী নাকল

অনিমক্তা ত্রিভুজ অনি য়েক্কদবনি অমস্তুং মতৌ অস্তুন্না চতুর্ভুজ অমু য়েক্কদবনি।

(২) সম্পাদ্য অসি ওইবা য়াননবা ত্রিভুজ ওইহনগদবা তাই-নবা বাহু অনিগী অপুনবনা কর্ণদগী মতম লৈবা খিবিক্কা চাওবা হেনগদবনি।

(৩) চিত্র (১) দা খঘ লৈই অচুম্বগা ২·৬" মান্নবা লৌ। খ অমস্তুং ঘ বু কেন্দ্র লৌদুনা ৩·০" অমস্তুং ২·৮" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা ক বিন্দুদা ককলে। অমুক হন্না খ অমস্তুং ঘ বু কেন্দ্র লৌদুনা ১·৭" অমস্তুং ২·৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনিনা গ বিন্দুদা ককলে।

খক, ঘক, ঘগ অমস্তুং খগ শমজিন্নৌ।

অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পান্নিবা চতুর্ভুজ অদু ওইরে। কগ কর্ণ শমজিন্নরে অমস্তুং ওন্দুনা য়েংবা মতমদা ৪·২৫" ওইরমই।

চিত্র (২) দা কগ লৈই অচুম্ববু সেঃ মিঃ ৮·৫ শাংনা লৌ; গ অমস্তুং ক বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ৭·৭ অমস্তুং ৩·৬ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা খ বিন্দুদা ককরে। অমুক হন্না গ অমস্তুং ক বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ৬·৮ অমস্তুং ৫·১ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা ঘ বিন্দুদা ককরে।

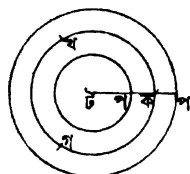
কখ, খগ, গঘ অমস্তুং ঘক শমজিন্নরে।

অদু ওইরবদি কখগঘ অসি পাল্লিবা চতুর্ভুজ অমা ওইরে। ওন্দুনা য়েংবদা খ অমসুং ঘ কোণ খুদিংমক ৯০° ওই।

কাগী মরমদা নৈনবা য়াহংগী পাওখুম
(লামাই ১৩৭–১৪০)

১। য়াহং—করিগুম্বা অপীবা বৃত্তগী পরিধিদগী মতম লৈবা থিবিক্তা চপমান্নবা লাপ্পা লৈদুনা বিন্দু অমা চংলি; মহাক্কী কা পুথোকউ। (ব্যাসার্দ্ধনা ওন্দুনা পরিধিদগী করিগুম্বা বিন্দু অমগী অরাপ্পা লেপকদবনি)।

পাওখুম—কখগ অপীবা অরেপ্পা বৃত্ত অমনি অমসুং ট বিন্দু অসি বৃত্ত অসিগী কেন্দ্রনি; প বিন্দুনা কখগ বৃত্তগী পরিধিদগী মতম লৈবা থিবিক্তা (ব্যাসার্দ্ধনা ওনবদা) লাপ্পা মান্নবা চংলি।



প বিন্দুগী কা পুথোক্কদবনি।

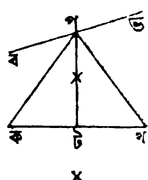
য়েকপা—টপ শমজিন্নৌ; মহুনা অপীবা কখগ বৃত্তবু ক বিন্দুদা ককই। অদু ওইরবদি কখগ বৃত্তনা অরেপ্পা ওইবনিনা মহাক্কী ব্যাসার্দ্ধ টক সু অরেপ্পনি (হোংদবনি)।

∴ (টক+কপ) অমসুং (টক−কপ) অনি অসিসু অরেপ্পনি।

টবু কেন্দ্র লৌদুনা (টক+কপ) অমসুং (টক−কপ) বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত অনি য়েকউ।

অদু ওইরবদি য়েংকলিবা বৃত্ত অনি অসিগী পরিধি অনি অসিমক প বিন্দুগী কানি।

২। ৱাহং—প বিন্দু বভ লৈই অচুম্বগী মথক্তা চৎলি; মহাক্তা করম্বা মফমদা লাক্লগা ক অমসুং খ অরেপ্পা বিন্দু অনিদগী লাপ্পা মান্নবা লৈগনি ?



পাওথুম—বভ অপীবা অবেপ্পা লৈই অচুম্বনি, অমসুং ক অমসুং খ অরেপ্পা বিন্দু অনিনি বভ গী মনুংদা ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা চৎপা বিন্দুগী লৈফম অমা পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—কখ শমজিন্নৌ অমসুং কখ বু অনি থোক্লা মান্নবা ট বিন্দুদা থায়দোকউ। কখ দা টপ লম্ব চিংবনা বভ বু প বিন্দুদা উনৈ।

অদু ওইরবদি প অসি অচৎপা বিন্দুগী পাম্লিবা লৈফম অদুনি।

প্রমাণ—পক অমসুং পখ শমজিন্নৌ।

পট অসি কখ লৈই অচুম্ববু লম্ব ওইনা অনি থোক্লা মান্নবা খায়দোকপা লৈইনি;

∴ টপ গী মনুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নৈ। (১৪শুবা সম্পাদ্য)।

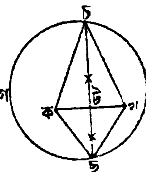
∴ পক = পখ।

∴ প অসি পাম্লিবা অচৎপা প বিন্দুগী লৈফমনি।

৩। ৱাহং—বৃত্ত অমগী মনুংদা ক অমসুং খ অসি লেঙদবা

বিন্দু অনিনি। মাহুগী পরিধিদা, বিন্দু অনি অহুদগী লাপ্পা মান্ননা লৈবা বিন্দু ময়াম পুথোকউ। বিন্দু কয়া পুথোকপা য়াবগে?

পাওথুম—চগছ অসি অপীবা বৃত্তনি, অমসুং ক অমসুং খ অরেপ্পা বিন্দু অনিনি।



ক অমসুং খ দগী লাপ্পা চপমান্নবা চগছ পরিধিগী মনুংদা লৈবা বিন্দুশিং পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—কখ শমজিন্নৌ।

কখ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্না মান্ননা খায়দোকউ।

ট ফাওদোক্তুনা কখ দা লম্ব ওইনা চটছ লৈই চিংবদা চগছ পরিধিবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককই।

অদু ওইরবদি চগছ পরিধিগী মনুংদা চ অমসুং ছ অসি ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু অনিনি।

প্রমাণ—কচ, খচ, কছ অমসুং খছ শমজিন্নৌ।

চটছ লৈই অচুম্বনা কখ লৈইবু লম্ব ওইনা অনি থোক্না মান্ননা খায়দোকই;

∴ চটছ লৈইগী মনুংদা লৈবা বিন্দু পূম্নমক ক অমসুং খ দগী লাপ্পা চপমান্নৈ।　　(১৪শুবা সম্পাদ্য)।

∴ কচ = খচ,

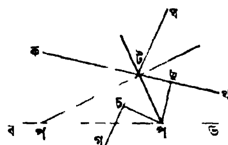
অমসুং কছ = খছ।

∴ চ অমসুং ছ অসি চগছ পরিধিগী মনুংদা লৈবা ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু অনিনি।

চগছ পরিধিগী মনুংদা ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু অনিত্তমক লৈ।

৪। **বাহং**—প বিন্দু অসি বভ লৈই অচুম্বগী মথক্তা চংলি ; মাহুনা করম্বা মফমদা কখ অমস্তুং গঘ অপীবা লৈই অচুম্বা অনিদগী লাপ্পা মান্নবা লৈগনি ?

পাওখুম—বভ লৈই অচুম্বগী মথক্তা প বিন্দু চংলি, অমস্তুং কখ অমস্তুং গঘ লৈই অচুম্বা অনিসি ট বিন্দুদা কক্লহনা লৈ।



কখ অমস্তুং গঘ লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নবা বভ লৈইগী মনুংদা প বিন্দুগী লৈফম পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—গটখ কোণবু টপ লৈইনা তঙ্খাই তানা খায়-দোকউ, (১বা সম্পাদ্য) অমস্তুং বভ লৈইবু প বিন্দুদা উনহল্লু।

অদু ওইরবদি প অসি বভ লৈই অচুম্বগী মনুংদা কখ অমস্তুং গঘ লৈই অনিদগী লাপ্পা মান্নগনি।

প্রমাণ—পছ অমস্তুং পচ অনি অসি কখ অমস্তুং গঘ দা লম্ব ওইনা চিংউ।

টপ না গটখ কোণবু তঙ্খাই তানা খায়দোকপা লৈইনি ;

∴ টপ গী মনুংদা লৈবা বিন্দু পুম্নমক কখ অমস্তুং গঘ কক্লবা লৈই অচুম্ববা অনিদগী চপমান্নবা লাপই ; (১৫শুবা সম্পাদ্য)।

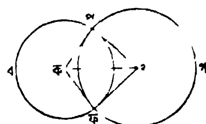
∴ পছ = পচ,

হায়বদি প অসি অচংপা প বিন্দুগী লৈফম অমনি।

মতৌ অসুম তৌদুনা কটগ কোণবু টপ´ না তঙ্খাই তানা

খায়রগা বভ লৈইবু প´ ভা উনরবদি প´ অসিমু বভ লৈইগী মন্থংদা প বিন্দুগী লৈফম অতোপ্পা অমনি হায়বা পুথোকপা য়াই।

৫। ৱাহং—ক অমসুং খ লেংদবা বিন্দু অনি খক সেঃ মিঃ ৬ লাপননা লৈ ; কাগী পান্বৈনা ক দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা অদুগা খ দগী সেঃ মিঃ ৫ লাপ্পা লৈবা বিন্দু অনিখক পুথোকউ।



পাওখুম—সেঃ মিঃ ৬ লাপ্লবা ক অমসুং খ লেংদবা বিন্দু অনিনি।

ক অমসুং খ দগী মথংশিংনা সেঃ মিঃ ৪ অমসুং ৫ লাপ্পা বিন্দু অনি পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—ক বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ৪ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা পবফ বৃত্ত অমা য়েকউ। অদুগা খ বু কেন্দ্র লৌদুনা সেঃ মিঃ ৫ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা পগফ বৃত্ত অমা য়েকপনা অহানবা বৃত্তবু প অমসুং ফ বিন্দুদা ককই।

অদু ওইরবদি প অমসুং ফ অনি অসি পাম্লিবা বিন্দু অনি অদুনি।

প্রমাণ— কপ, কফ, খপ অমসুং খফ শমজিন্নৌ।

অরেপ্পা ক বিন্দুদগী মতম লৈবা খিবিক্তা সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা চৎপা বিন্দুগী কাদি পবফ বৃত্তগী পরিধিনি।

(কাগী মরমদা ১বা খুদম)।

অমুক হন্না অরেপ্পা খ বিন্দুদগী মতম লৈবা খিবিক্তা সেঃ মিঃ ৫ লাপ্পা চৎপা বিন্দুগী কাদি পগফ বৃত্তগী পরিধিনি। অদুগা

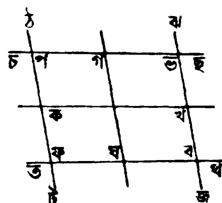
প অমসুং ফ বিন্দু অনি অসি পবফ অমসুং পগফ পরিধি অনিগী করুফমনি,

হায়বদি কপ = ৪ সেঃ মিঃ,
খপ = ৫ সেঃ মিঃ ;
অমসুং কফ = ৪ সেঃ মিঃ,
খফ = ৫ সেঃ মিঃ ।

∴ প অমসুং ফ অনি অসি পাম্লিবা বিন্দু অনি অহুনি ।

৬। ৱাহং—কখ অমসুং গঘ অসি অপীবা লৈই অচুম্বা অনিনি। কখ দগী সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা অহুগা গঘ দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা লৈবা বিন্দু পুথোকউ। বিন্দু কয়া পুথোকপা য়াবগে ?

পাওখুম—কখ, গঘ অপীবা লৈই অচুম্বা অনিনি।



কখ দগী সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা, গঘ দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা বিন্দু পুথোককদবনি।

য়েকপা—চছ অমসুং তথ লৈই অচুম্বা অনি অসি কখ দগী সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা নাকল অনিমক্তা অমসুং কখ দা সমান্তর ওইনা চিংউ।

অমুক হন্না টঠ অমসুং জঝ লৈই অচুম্বা অনি অসি গঘ দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা নাকল অনিমক্তা গঘ দা সমান্তর ওইনা চিংবদা হান্নগী সমান্তর লৈই অনিবু অকোনবগী অনিনা প, ফ, ব অমসুং ভ বিন্দুদা ককই।

অদু ওইরবদি কথ দগী সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা অমস্নুং গঘ, দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা বিন্দুশিংদি প, ফ, ব অমস্নুং ভ অসিনি।

প্রমাণ—চছ অমস্নুং তথ লৈই অনি অসি কথ দগী সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা অমস্নুং মহাক্কা সমান্তর ওইনা চিংলে ;

∴ কথ দগী মতম লৈবা থিবিক্তা সেঃ মিঃ ৩ লাপ্পা চৎপা বিন্দুগী কাদি চছ অমস্নুং তথ অনি অসিনি।

(কাগী মরমদা ২শুবা খুদম)।

অমুক হন্না, টঠ অমস্নুং জঝ লৈই অনি অসি গঘ দগী সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা অমস্নুং মহাক্কা সমান্তর ওইনা চিংলে ;

∴ গঘ দগী মতম লৈবা থিবিক্তা সেঃ মিঃ ৪ লাপ্পা চৎপা বিন্দুগী কাদি টঠ অমস্নুং জঝ অনি অসিনি।

(কাগী মরমদা ২শুবা খুদম)।

হৌজিক, প, ফ, ব অমস্নুং ভ মরি অসি চছ, তথ, টঠ অমস্নুং জঝ লৈই অচুম্বা মরি অসিগী করুফম ওাক্লি ;

∴ প, ফ, ব অমস্নুং ভ মরি অসি পাম্লিবা বিন্দুশিংনি।

বিন্দু মরিতমক পুথোকপা য়াই।

৭। **বাহৎ**—অমগা অমগা সমকোণদা অচুম্বা রুল অনিগী মশাদা অকরুবা শাংলবা চৈ অচুম্বা অমগী মতোন অনি অদু থেংনরি।

চৈ অদুগী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোকউ, অদুগা কা অদু বৃত্ত অমগী শরুক মরিগী শরুক অমনি হায়বা উৎলু।

পাওথুম—টচ অমস্তুং টছ অমগা অমগা সমকোণদা লৈবা অচুম্বা রুল অনিনি ; অকক্লনা শাংলবা কখ চৈ অচুম্বগী ক অমস্তুং খ মতোন অনি অসি মথংশিংনা টচ অমস্তুং টছ দা থেংনহুনা লৈ ।

কখ চৈ অচুম্বগী লৈফম পূম্নমক্তা মহাক্কী ময়ায়গী বিন্দুগী কা পুথোক্কদবনি ।

য়েকপা—কখ বু অনি থোক্না মান্নবা প বিন্দুদা থায়দোকউ ।

ট বু কেন্দ্র লৌহুনা টপ ব্যাসার্দ্ধ লৌহুনা টচ অমস্তুং টছ না ভমখৈ ওইহুনা বপফ বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকউ ।

অদু ওইরবদি, বপফ বৃত্ত মচেৎ অসি কখ গী ময়ায়গী বিন্দু প গী কানি ।

প্রমাণ—টপ শমজিন্নৌ ।

চটছ ∠ = সম ∠ অমা ; (পীবগী মতুং ইন্না)।

হায়বদি, কটখ ∠ = সম ∠ অমা ।

∴ কটখ সমকোণী ত্রিভুজনি ।

কটখ সমকোণী ত্রিভুজগী কখ কর্ণনি অমস্তুং টপ অসি সমকোণগী ট বিন্দুগা কখ কর্ণগী ময়ায়গী প বিন্দুগা শমজিন্নবা লৈই অচুম্বনি ।

∴ টপ = $\frac{1}{2}$ কখ । (জ্যামিতিগী লামাই ৬১ গী ১০শুবা ম্বাহং)।

মসি কখ অচুম্বা শকক্লনা শাংবা চৈগী লৈকম পূম্নমক্তা চুমই ।

অতুগা টচ অমসুং টছ সমকোণদা লৈবা অপীবা রুল অনিগী তিন্নকম ট বিন্দু অসি অরেপ্পনি (লেংদবনি)।

∴ কখ গী ময়ায়গী বিন্দু প অসি কখ অচুম্বা চৈগী লৈফম খুদিংদা ট দগী টপ লাপ্পা লৈগনি ; অতুগা কখ চৈনা টচ অমসুং টছ রুল অনিগী মরক্তা নাম্বনা প বিন্দুনা টচ অমসুং টছ গী রাংমদা চৎপা য়ারোই।

∴ ট বু কেন্দ্র লৌথুনা টপ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌথুনা য়েকপা বপফ বৃত্ত মচেৎ অসি প গী, হায়বদি কখ চৈগী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

অতুগা ট বিন্দুগী অকোয়বদা লৈবা কোণ পুম্নমক্তা সমকোণ মরিনি।

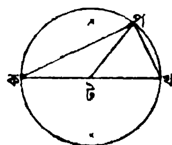
ভৌইগুম্বসুং চটছ ∠ = সম ∠ অমা।   (পীবগী মতুং ইন্না)

বপফ বৃত্ত মচেৎসি চটছ সমকোণগী বাহুনা ওমখৈ ওই ;

∴ বপফ বৃত্ত মচেৎ অসি মপুম ফাবা বৃত্তগী শরুক মরি থোকপগী শরুক অমনি।

৮। বাহৈৎ— অপীবা ভুমি অমবু কর্ণ লৌথুনা সমকোণী ত্রিভুজশিং য়েক্লে। মখোইগী মতোন থংবা বিন্দু ময়ামগী কা পুথোকউ।

পাওখুম— কখ অপীবা ভুমিবু কর্ণ ওইনা করিগুম্বা কপখ সমকোণী ত্রিভুজ য়েকলে।



প বিন্দুগী কা পুথোকদবনি।

য়েকপা—কখ কর্ণবু ট বিন্দুদা অনি থোক্না মান্ননা খায়দোকউ। (অনিশুবা সম্পাদ্য)।

টবু কেন্দ্র লৌদুনা টপ ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা কপখ বৃত্ত অমা য়েকউ।

অদু ওইরবদি, কপখ বৃত্তগী পরিধি অসি প বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—কপখ ∠ = সম ∠ অমা। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

কপখ সমকোণী ত্রিভুজগী কখ কর্ণনি অমস্তুং

টপ অসি সমকোণগী প বিন্দুগা কখ কর্ণগী ময়ায়গী ট বিন্দুগা শমজিন্নবা নৈই অচুম্বনি ;

∴ টপ = ½ কখ। (লামাই ৬৯ গী ১০শুবা মাহং)।

তৌইশুম্বস্তুং কখ অপীবা কর্ণগী অশাংবা অবেপ্পনি ;

∴ ½ কখ সু অবেপ্পনি।

∴ কখ কর্ণবু ভুমি ওইনা য়েকপা কপখ সমকোণী ত্রিভুজগী নৈফম থুদিংদা টপ গী অশাংবা অবেপ্পনি (হো'দবনি)। অদুগা কখ অবেপ্পা কর্ণগী ময়ায়গী বিন্দু ট অসিসু লেঙদবনি।

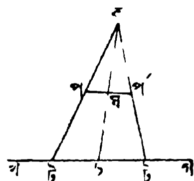
∴ টবু কেন্দ্র লৌদুনা টপ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা কপখ বৃত্তগী পরিধি অসি প বিন্দুগী কানি।

(কাগী মরমদা ১বা পাওথুম)।

৯। মাহং—ক লেঙদবা বিন্দু অমনি, ট বিন্দুনা লেঙদবা খগ নৈই অচুম্বগী মথক্তা চংলি। কট গী ময়ায় থংবা বিন্দু প গী কা পুথোকউ। অদুগা কা অদু খগ গা সমান্তরনি হায়বা উৎলু।

পাওথুম— ক লেঙদবা বিন্দু অমনি; ট বিন্দুনা মথক্তা চৎপা খগ অরেপ্পা লৈই অচুম্বা অমনি।

কট গী ময়াযগী বিন্দুগী কা পুথোক্কদবনি।



য়েকপা— ক বিন্দুদগী খগ দা করিগুম্বা কট, কট' চিংউ। কট অমসুং কট' পু মথং শিংনা প অমসুং প' বিন্দুদা অনিথেক্লা মা না খায়দোকউ। (২শুবা সম্পাদ্য)।

পপ' শমজিল্লো।

অদু ওইরবদি পপ' অসি কট গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—খগ দা করিগুম্বা কচ লৈই চিংউ; মহুনা পপ' পু ঘ বিন্দুদা ককই।

কটট' ত্রিভুজদা প অমসুং প' অসি কট অমসুং কট' বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দু ওাকনি;

∴ পপ' অসি খগ দা সমান্তর ওই।

(লামাই ১৪গী ২শুবা মাহং)।

অমুক হন্না কটচ ত্রিভুজগী প অসি কট গী ময়ায়গী বিন্দুনি,

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং পঘ গা টচ গা সমান্তর ওই;

∴ ঘ অসি কচ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

(লামাই ১৪গী ১বা মাহং)।

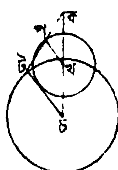
মতৌ অসুম তৌদুনা ক বিন্দুদগী খগ দা চিংবা লৈই অচুম্বা খুদিংমক পপ' লৈইনা অনিথোক্লা মাল্লনা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ পর্প অসি কট গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কানি। অমস্থং পর্প অসি খগ দা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌখ্রে।

১০। ৱাহং—ক অসি অৱেপ্পা বিন্দুনি, অদুগা ট বিন্দুনা অপীবা বৃত্ত অমগী পরিধিগী মথক্তা চৎলি।

কট গী ময়ায় থংবা বিন্দু প গী কা পুথোকউ, অদুগা কা অদু বৃত্ত অমনি হায়বা প্রমাণ তৌ।

পাওথুম—ক অৱেপ্পা বিন্দু অমনি; অদুগা ট বিন্দুনা চ না কেন্দ্র ওইবা বৃত্তগী মথক্তা চৎলি। কট চিংলে অমস্থং প পরিধিগী না কট গী ময়ায়গী বিন্দুনি।



কট গী ময়ায়গী বিন্দু প গী কা পুথোক্কদবনি।

য়েকপা—কচ শমজিন্নৌ অমস্থং কচ বু অনি থোক্না মান্নবা খ বিন্দুদা খায়দাকউ।

খপ শমজিন্নৌ। খ বিন্দুবু কেন্দ্র লৌদুনা খপ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত অমা য়েকউ।

অদু ওইরবদি বৃত্ত অসি প গী কানি।

প্রমাণ—কটচ ত্রিভুজগী খ অমস্থং প অনি অসি মথক্শিংনা কচ অমস্থং কট গী ময়ায়গী বিন্দু ওাক্লি;

∴ খপ = $\frac{1}{2}$ চট। (মায়াই ৯৪গী ৩শুবা ৱাহং) ;

ক অসি অপীবা অৱেপ্পা বিন্দুনি; চ অসিসু অপীবা বৃত্তগী কেন্দ্রনি, মরম অসিনা চ অসি অৱেপ্পা বিন্দুনি;

∴ কচ অৱেপ্পা লৈই অদুবনি;

∴ কচ গী ময়ায়গী বিন্দু খ অসিম্ব অরেপ্পা (লেঙদবা) বিন্দুনি।

অদুগা চট অসি অপীবা বৃত্তগী ব্যাসার্দ্ধনি ;

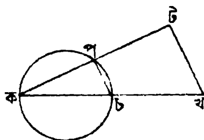
∴ ½ চট লেঙদবনি (হোংদবনি)।

তৌইগুম্বস্নুং খপ = ½ চট।   (প্রমাণ তৌখে,)।

∴ খপ গী অশাংবা লেঙদবনি।

∴ খ বু কেন্দ্র লৌদুনা খপ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত অসি কট গী ময়ায়গী বিন্দু প গী কানি।

১১। ৱাহং—কখ অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি, অদুগা কট লৈইনা খ বিন্দু ফাওদোকখিবা করিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমগী লম্বনি। খট লৈইনা খ গী মাইকৈ মরিদা লৈরবদি কট গী ময়ায়থংবা বিন্দুগী কা পুথোকউ।



পাওথুম—কখ অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি ; ফাওদোক্লুন' চিংবা খট লৈইদা কট লম্ব চিংলে অমস্নুং প অসি কট গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

খট না খ গী মাইকৈ মরিমক্তা লৈরবদি, প গী কা পুথোক-কবদনি।

য়েকপা—কখ বু চ বিন্দুদা অনি থোক্লা মান্নবা খায়দোকউ।

পচ শমজিল্লো।

প অমস্নুং চ বিন্দু অনি অসি মথংশিংনা কট অমস্নুং কখ গী ময়ায়গী বিন্দু ওাক্লি ;

∴ চপ গা খট গা সমান্তর ওই। (লাঃ ২২গী ২শুবা ৱাহং)।
ত্তৌইশুম্ন্সুং কট অসি খট দা লম্বনি ;

∴ কপ অসি চপ দা লম্বনি,
হায়বদি কপচ ∠ = সম ∠ অমা।

কচ অসিবু ব্যাস ওইহল্লগা কপচ বৃত্ত অমা য়েকউ।

অদু ওইরবদি কপচ বৃত্ত অসিমক প গী কানি।

প্রমাণ—কখ অরেপ্পা অপীবা লৈই অচুম্বনি ;

∴ মসিগী ময়ায় চ বিন্দু অসি অরেপ্পনি।

খ গী মাইকৈ মরিমক্তা খট না লৈরকপা মতমদা কট গী ময়ায়গী বিন্দু প গা চ গা শমজিন্নবা চপ লৈই অচুম্বনা ইতত্তুনা খট দা সমান্তর ওই। (প্রমাণ পীখ্রে)।

কট দি খট দা লম্ব ওই। (পীবগী মতুং ইন্না)।

∴ কপ না চপ দা লম্ব ওই,
হায়বদি কপচ ∠ = সম ∠ অমা

∴ কপচ সমকোণী ত্রিভূজ অমা ওই।

হৌজিক কপচ সমকোণী ত্রিভুজগী কচ কর্ণগী অশাংবা অরেপ্পনি। [∵ কচ = ½ কখ]।

∴ কচ কর্ণবু ব্যাস ওইনা য়েকপা বৃত্তনা প বিন্দুগী কানি। (মথক্কী ৮শুবা ৱাহং)।

∴ কপচ বৃত্ত অসি কট গী ময়ায়গী প বিন্দুগী কানি।

২১। **ৱাহং—**কট, কঠ লৈই অচুম্বা অসি অমগা অমগা সমকোণদা কক্লরে, অদুগা টকঠ কোণগী মসুংদা লৈবা করিশুম্বা

প বিন্দুদগী কট, কঠ গী মথক্তা মথংশিংনা পফ, পব লম্ব চিংলে।

(১) পফ+পব মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবা

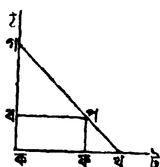
(=সেঃ মিঃ ৬ হায়য়ু),

(২) পফ−পব মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা

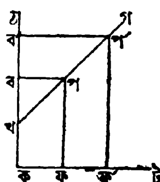
(=সেঃ মিঃ ৩ হায়য়),

প গী কা পুথোকউ। মফম খুদিংমক্তা চাং য়েংদুনা ফংবা ফলগী জ্যামিতি প্রমাণ পীউ।

পাওখুম—কট, কঠ লৈই অচুম্বা অনি অমগা অমগা সমকোণদা ক বিন্দুদা কক্লে; প অসি টকঠ কোণগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমনি, অমসুং প দগী কট অমসুং কঠ দা মথংশিংনা পফ অমসুং পব লম্ব থাদগদবনি।



(১)



(২)

(১) পফ+পব মতম লৈবা খিবিক্তা সেঃ মিঃ ৬ ওইরবদি,

১সুং (২) পফ−পব না মতম লৈবা খিবিক্তা সেঃ মিঃ ৩ ওইরবদি,

প গী কা পুথোকদবনি।

(১) য়েকপা— চিত্র (১) দা প লৈবা মফম খুদিংমক্তা পফ+পব=সেঃ মিঃ ৬।

কট গী মসুংদা খ হায়বসি প গী লৈফম অমনি অদু ওইরবদি,
পফ+পব=কখ=সেঃ মিঃ ৬।

অমুক হন্না, টকঠ কোণগী মসুংদা প না হৌজিক লৈরিব মফম অসি মাগী তোঙানবা লৈফম অমনি হ য়না নিংশি। পফ, পব অসি মথংশিৎনা কট অমসুং কঠ দা লম্ব থাদরে অমসুং খপ শমজিন্নরে। অদু ওইরবদি পফ+পব=সেঃ মিঃ ৬।

(পীবগী মতুং ইন্না)।

তোইগুম্বসুং বকফপ অসি আয়ত অমনি ;

∴ পব=ফক।

হৌজিক, পফ+পব=কখ=ফক+ফখ।

∴ পফ=ফখ।

পফখ সমকোণী ত্রিভুজগী পফ=ফখ ;

∴ ফপখ ∠ = ফখপ ∠ । (৬গুবা উঃ)।

তোইগুম্বসুং, পফখ ∠ =৯০°। (পীবগী মতুং ইন্না)।

$$\therefore \text{ফখপ} \angle = \frac{৯০^\circ}{২} = ৪৫^\circ ।$$

খপ লৈই অচুম্ববু শাংদে কপদা কঠ বু গ বিন্দুদা উনরে, অদু ওইরবদি খগ অসি প বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—গকখ সমকোণী ত্রিভুজগী

গকখ ∠ =সম ∠ অম্না, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমসুং কখগ ∠ = ৪৫°, (প্রমাণ তৌখ্রে)।

∴ কগখ ∠ = ৪৫°।

∴ গকখ ত্রিভুজগী

কখগ ∠ = কগখ ∠ ;

∴ কগ = কখ।

∴ কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি।

কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভুমিদা লৈবা প কবিঙুম্বা বিন্দু অমনি, অদুগা পফ, পব অনি অসি মাযোক্নবা বাহু কখ অমসুং কগ দা লম্ব চিংলে ;

∴ পফ + পব = কখ = সেঃ মিঃ ৬।

(লামাই ৯৭কী ১৪শুবা থাহং)।

∴ খগ অসি প বিন্দুগী কানি।

(২) য়েকপা— চিত্র (২) দা প না টকঠ কোণগী মনুংদা লৈবা মফম খুদিংদা পফ − পব = সেঃ মিঃ ৩।

কঠ গী মনুংদা খ হায়বসি প গী লৈফম অমনি হায়না নিংশি। অদু ওইববদি পফ − পব = কখ = সেঃ মিঃ ৩।

অমুক হন্না, টকঠ কোণগী মনুংদা প না হৌজিক লৈবিবা মফম অসি মাগী তোঙানবা মফম অমনি নিশিং।

পফ, পব অনি অসি মথংশিংনা কট অমসুং কঠ দা লম্ব থাদবে ; অমসুং পখ শমজিন্নবে।

∴ পফ − পব = সেঃ মিঃ ৩। (পীবগী মতু ইন্না)।

অদুগা বক − বখ = কখ = সেঃ মিঃ ৩ ।

∴ পফ − পব = বক − বখ ।

তৌইগুম্বসুং বকফপ আয়তকী পফ = বক ;

∴ পব = বখ ।

হৌজিক পবখ ত্রিভুজগী পব = বখ ;

∴ বখপ ∠ = বপখ ∠ । (৬শুবা উঃ) ।

তৌইগুম্বসুং খবপ ∠ = ৯০° ।

$$\therefore \text{বখপ} \angle = \frac{৯০^\circ}{২} = ৪৫^\circ \text{ ।}$$

খপ লৈইবু করিগুম্বা গ বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ ।

অদু ওইরবদি খগ অসি প বিন্দুগী কানি ।

প্রমাণ—খগ গী মপুংদা করিগুম্বা প´ বিন্দু অমা লৌ অমসুং প´ফ´ অমসুং প´ব´ অনি অসি কট অমসুং কঠ দা লম্ব চিংউ ।

কফ´প´ব´ অসি আয়তনি ;

∴ প´ফ´ = কব´ ।

অমুক খব´প´ ত্রিভুজগী

ব´খপ´ ∠ = ৪৫° অমসুং খব´প´ ∠ = ৯০° ।

∴ ব´প´খ ∠ = ৪৫° ।

∴ খব´প´ ত্রিভুজগী

ব´খপ´ ∠ = ব´প´খ ∠ ;

∴ প´ব´ = ব´খ ।

হৌজিক প´ফ´ − প´ব´ = কব´ − ব´খ = কখ = সেঃ মিঃ ৩ ।

∴ খগ অসি প গী কানি ।

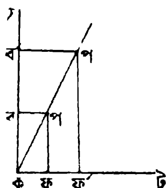
১৩। **ৱাহং**—কট, কঠ লৈই অচুম্বা অনি ক বিন্দুদা অমগা অমগা সমকোন্দা কল্লবে; অদুগা কৱিগুম্বা চংলিবা প বিন্দুদগী কট, কঠ গী মথক্তা পফ, পব লম্ব চিংলে।

(১) পফ = ২ × পব ওইরবদা

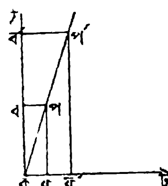
(২) পফ = ৩ × পব ওইরবদা

পগী (প্রমাণ য়াওদনা) কা পুথোকউ।

পাওথুম—কট, কঠ লৈই অচুম্বা অনি ক বিন্দুদা অমগা অমগা সমকোন্দা কল্লে অদুগা প অসি অসংপা বিন্দু অমনি অমসুং প দগী কট অমসুং কঠ দা লম্ব থাদবদা (১) পফ = ২ × পব অমসুং (২) পফ = ৩ × পব মান্নবা মতমদা প্রমাণ য়াওদনা প গী কা লেপকদবনি।



(১)



(২)

(১) **য়েকপা** - কট লৈই অচুম্বগী মনুংদা কবিগুম্বা ফ অমসুং ফ´ বিন্দু অনি লৌ।

অমুক কঠ লৈই অচুম্বদা কব গা ২ × কফ গা মান্নবা লৌ অমসুং কব´ কা ২ × কফ´ গা মান্নবা লৌ।

কট অমসুং কঠ দা ফপ অমসুং বপ লম্ব চিংবনা প বিন্দুদা

কক্লে অমম্লুং মতৌ অম্লুম্না ফর্প অমম্লুং বর্প লম্ব চিংবনা র্প তা কক্লে।

পর্প শমজিন্নবা লৈইনা প গী কানি।

(২) ৱেকপা— কট লৈই অচুম্বগী মম্লুংদা করিগুম্বা ফ অমম্লুং ফ´ বিন্দু অনি লৌ।

অমুক কঠ লৈই অচুম্বদগী কব গা ৩ × কফ গা মাম্লনা লৌ, অমম্লুং কব´ কা ৩ × কফ´ গা মাম্লনা লৌ।

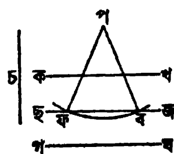
কট অমম্লুং কঠ দা ফপ অমম্লুং বপ লম্ব চিংবনা প বিন্দুদা কক্লরে অহুগা মতৌ অহুম্না ফ´প´ অমম্লুং ব´প´ লম্ব চিংবনা প´ তা কক্লরে।

পপ´ শমজিন্নবা লৈইনা প গী কানি।

খণ্ডগদবা—মথক্কী হিরম অনিমক্তা পপ´ অসি ক বিন্দুদা ফাওদোকই হায়বা ফংগ´নি।

১৪। ৱাহং— করিগুম্বা অপীবা বিন্দুদগী অকক্লনা লাপ্পা লৈবা, অমম্লুং অপীবা সমান্তর লৈই অনিদগী লাপ্পা মাম্লনা লৈবা বিন্দু অমা পুথোকউ।

সম্পাদ্য অসি করম্বা মফমদা ফল অনি অমম্লুং করম্বা মফমদা ফল অমত্তা তাবগে? অহুগা করম্বা মফমদনা ইয়া য়াদবগে?



পাওথুম—প অসি অপীবা বিন্দুনি; কখ, গঘ অপীবা সমান্তর ওইবা লৈই অচুম্বা অনিনি অমম্লুং চ অপীবা অশাংবনি।

কখ, গঘ সমান্তর অনিদগী লাপ্পা মাম্লবা প দগী চ গী অশাংবা লাপ্পা বিন্দু পুথোকদবনি।

য়েকপা— কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অনিগী ময়ায়দা মখোই অনিমক্তা সমান্তর ওইনা ছজ লৈই চিংউ।

প বিন্দুবু কেন্দ্র লৌদুনা চবু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকপনা ছজ বু ফ অমসুং ব বিন্দুদা ককলে।

অদু ওইরবদি ফ অমসুং ব অনি অসি কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অনিদগী লাপ্পা মাম্নবা, অমসুং প বিন্দুদগী চ অশাংবা লাপ্পা বিন্দুনি।

প্রমাণ—ছজ অসি কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অনিগী ময়ায়দা মখোই অনিমক্তা সমান্তর ওইনা চিংবা লৈইনি ;

∴ ছজ গী মনুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অনিদগী লাপ্পা মাম্নে।

অমুক হন্না প অরেপ্পা বিন্দুদগী চ অশাংবা লাপ্পা মতম লৈবা খিবিক্তা চৎপা বিন্দুগী কাদি প বু কেন্দ্র লৌদুনা চ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্তনি। অমসুং বৃত্ত অসিনা ছজ লৈইবু ফ অমসুং ব বিন্দুদা ককলে।

∴ ফ অমসুং ব বিন্দু অনি অসি কখ অমসুং গঘ সমান্তর লৈই অনিদগী লাপ্পা মাম্নরে, অমসুং অরেপ্পা প বিন্দুদগী চ অশাংবা লাপলে।

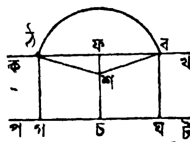
∴ ফ অমসুং ব অনি অসি পাম্লিবা বিন্দুশিংনি।

চ গী অশাংবনা প বিন্দুদগী ছজ দা থাদবা লম্বদগী হেন্না শাংলগা সম্পাদ্য অসিগী বিন্দু অনি ফংই, অদুগা চ গা লম্ব

অসিগা চপ মান্নরগা বিন্দু অমত্ত মফংই অমসুং চ না লম্ব অসি-দগী হেন্না তেল্লগা সম্পাত্ত অসি ইয়া য়াদে।

১৫। বাহং— অপীবা পট লৈই অচুম্বদগী শ বিন্দু ইঞ্চি ২ লাপনা লৈ। শ দগী ২১/৪ ইঞ্চি লাপনা অমসুং পট দগী ২১/৪ ইঞ্চি লাপ্পা লৈবা বিন্দু অনিথক পুথোকউ।

পাওখুম—অপীবা পট লৈই অচুম্ব-দগী ইঞ্চি ২ লাপ্পা লৈবা শ অবেপ্পা বিন্দু অমনি।



শ দগী ইঞ্চি ২১/৪ লাপ্পা অদুগা পট লৈইদগীসু ইঞ্চি ২১/৪ লাপ্পা বিন্দু অনি পুথোকদবনি।

য়েকপা—শ দগী পট গী মথক্তা শচ লম্ব চিংউ অমসুং চশ বু ফ বিন্দু ফাওবা চফ গা ইঞ্চি ২১/৪ গা শাংবা মান্নবা শাংদোকউ।

ফ বিন্দু ফাওদোকতুনা কফখ লৈই অচুম্বা অসি পট গা সমান্তর ওইনা চিংউ।

শ বু কেন্দ্র লৌদুনা ইঞ্চি ২১/৪ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকপনা কখ বু ঠ অমসুং ব বিন্দুদা কক্লে।

অদু ওইরবদি, ঠ অমসুং ব অনি অসি পাম্লিবা বিন্দুনি।

প্রমাণ—ঠ অমসুং ব বিন্দুদগী পট গী মথক্তা ঠগ অমসুং বঘ লম্ব চিংউ; অমসুং শঠ অমসুং শব শমজিন্নৌ।

ঠগ, ফচ অমসুং বঘ লৈই অচুম্বক পট দা লম্বনি;

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ঠগ, ফচ অমসুং বঘ অচুম্বক সমান্তর লৈই ওাক্লি।

অদুগা কখ অমসুং পট সমান্তরনি । (য়েকপগী মতুং ইন্না)

∴ ঠগচফ, ফচঘব আয়ত ওাক্কি।

∴ ঠগ = ফচ = ইঞ্চি ২১/৪,

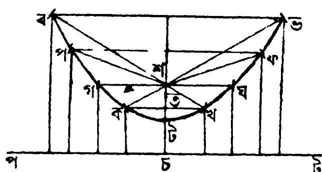
অমসুং বঘ = ফচ = ইঞ্চি ২১/৪ ।

∴ ঠ অমসুং ব বিন্দু অনি অসি পট দগী ইঞ্চি ২১/৪ লাপই।

অমুক হন্না শঠ = পব = ইঃ ২১/৪ । (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ ঠ অমসুং ব অনি অসি পান্নিবা বিন্দুশিংনি ।

১৬। ৱাহং—অপীবা শ বিন্দু অমসুং অপীবা পট লৈই অচুম্বদগী লাপ্পা মান্নবা লৈবা বিন্দু পবেং পুথোকউ। খুৎলাইগী মতেং লৌদনা চুমনগী খুৎনা পুথোকলিবা বিন্দু পবেং অদু ফাওনা লৈই (অখোযবা) অমা ইযু।



পাওখুম—শ অপীবা বিন্দুনি, অমসুং পট অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি।

শ অমসুং পট দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু পবেং অমা পুথোক্লগা খুৎলাইগী মতেং লৌদনা চুমনগী খুৎনা বিন্দুশিং অদু শমজিন্নগদবনি।

য়েকপা—শ দগী পট দা শচ লম্ব থাদৌ।

শচ বু অনি থোক্না মান্নবা ট বিন্দুদা খায়দোকউ।

শচ লৈই অচুম্বগী মনুংদা কবিগুম্বা ত বিন্দু লৌ।

ত বিন্দু ফাওদোক্লুনা পট গা সমান্তর ওইনা কখ লৈই চিংউ।

শ বু কেন্দ্র লৌদুনা চত বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা

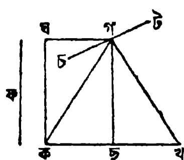
য়েকপনা কখ লৈইবু ক অমস্তুং খ বিন্দুদা ককলে। অদু ওইরবদি ক অমস্তুং খ বিন্দু অনি অসি শ -অমস্তুং পট লৈইদগী লাপ্পা মান্নরে। মতৌ অস্তুম তৌদুনা গ অমস্তুং ঘ, প্র অমস্তুং ফ, ব অমস্তুং ভ অসিনচিংবা শ অমস্তুং পট দগী .লাপ্পা চপ মান্নবা বিন্দু অনি, অনি অসি পুথোকপা য়াই।

মতৌ অস্তুম তৌনা পুথোকলিবা বিন্দু পূম্নমক অসি ফাও-দোক্নুনা খুৎনা অকোনবা লৈই অমা চিংলে।

অসিগুম্বা অকোনবা লৈই অসিবু পেরাবোলা কৌই।

১৭। ম্নাহং—অপীবা ভুমি অমগী মথক্তা অপীবা অর্রা'বা লৈবা ত্রিভুজ অমা য়েকউ, মহাক্নী মতোন্দি অপীবা লৈই অমগী মথক্তা লৈহনগদবনি।

পাওথুম—কখ অপীবা ভুমিনি অমস্তুং চট অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি অদুগা ফ অপীবা অশাংবনি।



কখ ভুমিগী মথক্তা ফ অশাংবা ম্নাংনা মতোননা চট লৈই অচুম্বগী মনুংদা লৈবা ত্রিভুজ অমা য়েক্কদবনি।

য়েকপা—কখ ভুমিগী ক বিন্দুদা কঘ লম্ব চিংউ অমস্তুং কঘ গা ফ অশাংবগা মান্ননা লৌ।

ঘ বিন্দুদগী কখ গা সমান্তর ওইনা ঘগ লৈই চিংবনা চট বু গ বিন্দুদা উনৈ।

গক অমস্তুং গখ শমজিন্নৌ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পাল্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—কখ দা গছ লম্ব থাদো।

ঘক অমসুং গছ মখোই অনিমক কখ দা লম্বনি ;

(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ঘক অমসুং গছ সমান্তরনি।

অমুক, ঘগ গা কখ গা সমান্তরনি ;

∴ ঘকছগ আয়তনি।

∴ গছ = ঘক = ফ (অশাংবা),

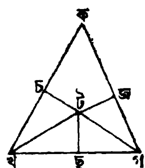
হায়রবদি কখগ ত্রিভুজগী গছ অর্রাংবগা ফ অপীবা অশাংবগা মান্নরে।

অমসুং মতোনগী গ বিন্দুসু অপীবা চট লৈই অচুম্বগী মনুংদা লৈরে অছুগা কখ না অপীবা ভুমি ওইবে।

∴ কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদু ওইরে।

১৮। বাহং—ত্রিভুজ অমগী বাহু অহুমদগী লাম্না মান্নবা লৈবা বিন্দু অমা পুথোকউ।

পাওথুম—কখগ অসি ত্রিভুজ অমনি।



কখগ ত্রিভুজগী কখ, খগ অমসুং গক বাহু অহুম অসিদগী লাম্না মান্নবা বিন্দু অমা পুথোক্কদবনি।

(১) য়েকপা—কখগ অমসুং কগখ কোণবু মথংশিৎনা খট অমসুং গট না তঙ্খাই তানা থায়দোকউ অমসুং খট অমসুং গট অনিনা ট বিন্দুদা উনৈ।

অদু ওইরবদি ট বিন্দু অসি কখ, খগ অমসুং গক বাহু অহুম অসিদগী লাম্না মান্নৈ।

প্রমাণ—কখ, খগ অমসুং গক বাহুদা মথংশিংনা টচ, টছ অমসুং টজ লম্ব থাদো।

খট না কখগ কোণবু তখাই তানা থায়দোকই ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)

∴ খট গী মসুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক কখ অমসুং খগ দগী লাপ্পা মান্নে। (১৫শুবা সম্পাদ্য)।

∴ টচ = টছ।

মতৌ অসুম্না গট না কগখ কোণবু তাখাই তানা থায়দোকই ;

∴ গট গী মসুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক খগ অমসুং গক দগী লাপ্পা মান্নে। (১৫শুবা সম্পাদ্য)।

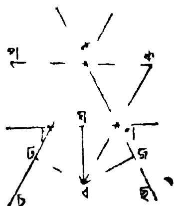
∴ টছ = টজ।

∴ টচ = টছ = টজ,

হায়বদি ট বিন্দু অসি কখ, খগ অমসুং গক হায়বা কখগ ত্রিভুজগী বাহু অহুম অসিদগী লাপ্পা মান্নে।

∴ ট অসি পাম্লিবা বিন্দু অদুনি।

(২) য়েকপা—কখ অমসুং কগ বাহুবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা শাংদোকউ। চখগ, অমসুং ছগখ কোণবু মথংশিংনা বখ অমসুং বগ না তখাই তানা থায়দোকপদা মখোই অনি ব বিন্দুদা উনৈ।



অদু ওইরবদি, ব বিন্দু অসি, কখ, খগ অমসুং গক বাহু অহুমদগী লাপ্পা মান্নে।

প্রমাণ—চখ, খগ অমসুং গছ দা মথংশিংনা বট, বঘ অমসুং বজ লম্ব থাদৌ।

চখগ কোণবু খব না তম্থাই তানা খায়দোকই ;

∴ খব গী মনুংদা লৈবা বিন্দু খুদিং চখ অমসুং খগ দগী লাপ্পা মান্নে। (১৫শুবা সম্পাদ্য)।

∴ বট = বঘ।

মতৌ অসুম্না বঘ = বজ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ বট = বঘ = বজ,

হায়বদি ব অসি কখ, খগ অমসুং গক বাহু অহুমদগী লাপ্পা মান্নে।

মতৌ অসুম তৌদুনা বপ, পফ অমসুং ফব অহুম অসিনা কখগ ত্রিভুজগী বাহু অহুম শাংদোক্লগা থোকপা মপানগী প্রতীপ কোণশিংবু তম্থাই তানা খায়দোক্লগা ব, প অমসুং ফ বিন্দুদা উনরবদি প অমসুং ফ বিন্দু অনিগী খুদিংমক কখ, খগ অমসুং গক বাহু অহুমদগী লাপ্পা মান্নে হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই।

∴ প, ফ অমসুং ব বিন্দু অহুমগী খুদিংমক পাম্লিবা বিন্দুনি।

১৯। বাহৎ—কট, কঠ লৈই অচুম্বা অনি অমগা অমগা সমকোণদা কক্লরবে ; কট অমসুং কঠ গী মথক্তা মথংশিংনা প অমসুং ফ বিন্দু অনি লৌরে।

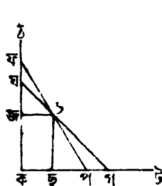
(১) কপ + কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,

(২) কপ − কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,

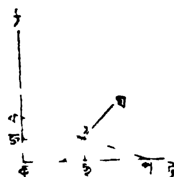
পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোকউ।

পাওখুম—কট, কঠ লৈই অচুম্বা অনি অমগা অমগা সম-কোণদা কক্লরে; কট অমসুং কঠ গী মথক্তা মথংশিংনা প অমসুং ফ বিন্দু অনি লোরে অমসুং পফ শমজিন্নরে।

(১) কপ+কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মাম্ননা লৈরবদা,
(২) কপ−কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মাম্ননা লৈরবদা,
পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোক্কদবনি।



(১)



(২)

(১) য়েকপা—চিত্র (১) দা পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনা লৈরবা মফম খুদিংদা কপ+কফ অসি মতম লৈবা খিবিক্তা মাম্ননা লৈগদবনি।

∴ কট লৈইগী মনুংদা গ হায়বসি বিন্দু অদুগী লৈফম অমনি নিংশি অদু ওইববদি কগ $=\frac{1}{2}$ (কপ+কফ)।

পফ গী ময়ায়গী চ হায়বসি বিন্দু অদুগী তোঙানবা লৈফম অমা ওইহল্লু।

কট অমসুং কঠ গী মথক্তা চছ অমসুং চজ মথংশিংনা লম্ব থাদৌ অমসুং চগ শমজিন্নৌ অমসুং মদু শাংদোকপদা কঠ বু ঘ বিন্দুদা ককহল্লু।

অদু ওইরবদি গঘ অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—চজ, টক অনিমক কঠ লৈইদা লম্ব ওাক্নি ;

∴ চজ গা টক গা সমান্তরনি ।

ককপ ত্রিভুজগী চ অসি পক্ষ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি অমসুং চজ অসি পক দা সমান্তর ওইরে ;

∴ জ অসি কফ গী ময়ায়গী বিন্দু ওইরে (লামাই ১৪ ১বা য়াহং)

অমুক ককপ ত্রিভুজগী চ অমসুং জ বিন্দু অসি মথংশিংনা পফ অমসুং কফ গী ময়ায়গী বিন্দু ওাক্নি ;

∴ চজ = $\frac{1}{2}$ কপ । (লামাই ১৪ গী ২শুবা য়াহং)

মতৌ অসুম্না চছ = $\frac{1}{2}$ কফ

∴ চছ + চজ = $\frac{1}{2}$ (কপ + কফ) ।

তৌইগুম্বসুং কছচজ আয়তনি ;

∴ চজ = কছ ।

∴ কছ + চছ = $\frac{1}{2}$ (কপ + কফ)

অদুগা কগ = $\frac{1}{2}$ (কপ + কফ) (পীখ্রগী মতুং ইন্না)

∴ কছ + চছ = কগ = কছ + ছগ

∴ চছ = ছগ ।

হৌজিক চছগ ত্রিভুজগী

চছ = ছগ ;

∴ চগছ ∠ = ছচগ ∠ । (৫শুবা উঃ) ।

অমসুং চছগ ত্রিভুজগী চছগ ∠ = ৯০° ;

∴ চগছ, ছচগ কোণ খুদিংমক = $\frac{৯০^\circ}{২}$ = ৪৫° ;

হায়বদি, চগছ = ৪৫° ।

মতৌ অস্তুম তৌহুনা (কপ + কফ) দি লেংহল্লনা পফ গী অতোপ্পা ফিবম অমদা পফ গী ময়ায়গী চ বিন্দুগা গ বিন্দুগা শমজিন্নবদা থোকপা চগছ = ৪৫° হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই। অদুগা প অমস্তুং ফ বিন্দু অনি অসিনা কট অমস্তুং কঠ গী মন্নুংদা লৈগদবনিনা গচ শাংদোকপা গঘ গী মন্নুংদা পফ গী ময়ায়গী বিন্দু লৈ; হায়বদি (কপ + কফ) লেংহন্দবদা পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনা গঘ লৈইগী মন্নুংদা লৈ।

∴ গঘ অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

(২) য়েকপা— চিত্র (২) দা পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনা লৈরুবা খুদিংদা কপ — কফ অসি মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈগদবনি;

∴ কট লৈইগী মন্নুংদা গ হায়বসি বিন্দু অদুগী লৈফম অমনি নিংশি, অদু ওইববদি কগ = ½ (কপ — কফ)।

পফ গী ময়ায় চ হায়বসি বিন্দু অদুগী তোঙানবা লৈফম অমা ওইহল্লু। গচ শমজিন্নৌ অমস্তুং মদু করিগুম্বা ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ; অদু ওইরবদি গঘ অসি (কপ — কফ) লেংহন্দবদা পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—চিত্র (১) দা তৌখিবগুম্না

চজ = ½ কপ,

অমস্তুং চছ = ½ কফ

মথক্কী মান্নবা রাশীশিং অসি খায়দোক্করগা

চজ — চছ = ½ (কপ — কফ)

তৌইগুম্বসুং চজকছ অসি আয়তনি ;

$\therefore$ চজ = কছ।

$\therefore$ কছ − চছ = ½ (কপ−কফ),

অদুগা কগ = ½ (কপ—কফ)।

$\therefore$ কছ − চছ = কগ = কছ − গছ ;

$\therefore$ চছ = গছ।

অমুক, চগছ ত্রিভুজগী

$\therefore$ চছ = গছ।

$\therefore$ চগছ ∠ = ছচগ ∠।　　(৫ত্থা উঃ)।

অমসুং চছগ ত্রিভুজগী

চছগ ∠ = ৯০°।

$\therefore$ চগছ ∠ = $\frac{৯০^\circ}{২}$ = ৪৫°।

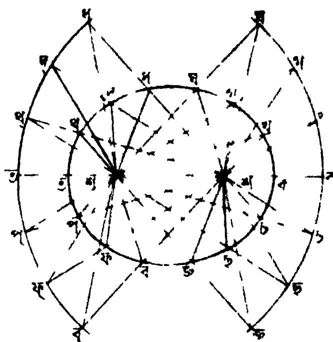
$\therefore$ চিত্র (১) গী মতৌগুম্না গচ না ঘ বিন্দু কাওবা শাং-দোক্লগা গঘ অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

২০। ৱাহং—শ অমসুং শ, অসি অরেপ্পা বিন্দু অনিনি। অসিগুম্বা বিন্দু পরেং পুথোকউ।

(১) শপ + শ,প = মশীং অমত্তা (ইঞ্চি ৩.৫ হায়রু) ওইবা।

(২) শপ—শ,প = মশীং অমত্তা (ইঞ্চি ১.৫ হায়রু) ওইবা।

মকম থুদিংমক্তা, থুংলাইগী মতেং লৌদনা চুম্নগী থুংনা পুথোক্লিবা বিন্দুশিং অদু কাওদোকপা নৈই (অখোয়বা) অমা ইরু।



পাওথুম—শ অমসুং শ. অসি অরেপ্পা বিন্দু অনিনি।

(১) শপ+শ্প=মশীং অমতা (ইঞ্চি ৩'৫) ওইব',

(২) শপ−শ্প=মশীং অমতা (ইঞ্চি ১'৫) ওইবা,

মফম খুদিংমক্তা খুৎলাই-গী মতেং লৌদনা চুম্নগী খুৎনা পুথোকপিবা বিন্দুশিং অদু ফাওদোক্তুনা লৈষ্ট (অখোংবা) অমা চিংগদবনি।

(১) য়েকপা— মফম অসিদা প না লৈবা মফম খুদিংদা শপ+শ্প=৩'৫"।

খ অসি প গী লৈফম অমনি নিংশি:

শখ অমসুং শ্খ শমজিন্নৌ অমসুং শখ বু খ্‌ ফ ওবা খখ্‌ গা শ্খ গা মান্ননা শাংদোকউ। শ্খ্‌ শমজিন্নৌ।

হৌজিক শ্খখ্‌ ত্রিভুজগী

খখ্‌=শ্খ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ খখ্শ ∠=খশ্খ্∠। (এগুবা উঃ)।

অদুগা শখ্‌=শখ+খখ্‌=শখ+শ্খ=৩'৫"।

[∵ শপ+শ্প=৩'৫" অমসুং খ না প গী লৈফম অমা ওই]।

মরম অদুনা খ্‌ হায়বা বিন্দু অসি শ বু কেন্দ্র লৌদুনা ৩'৫"

বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎকী মথক্তা লৈগনি হায়বসি লেপ্পা ভমই।

অদুনা শ বু কেন্দ্র লৌদুনা ৩·৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকউ অমসুং মদুগী মথক্তা খ্, গ্, ঘ্, চ্, ছ্, জ্ অসিনচিংবা বিন্দু কয়ামুক লৌ।

শগ্, শঘ্, শচ্, শছ্, শজ্ ··· শমজিন্নৌ অদুগা শ্গ্, শ্ঘ্, শ্চ্, শ্ছ্, শজ্ ··· শমজিন্নৌ, অমসুং শ্ বিন্দুদা গ্শ্গ, ঘ্শ্ঘ, চ্শ্চ, ছ্শ্ছ, জ্শজ কাণশিং অসি মথংশিংনা শগ্শ্, শঘ্শ্, শচ্শ্, শছ্শ্, শজ্শ্ কোণশিংগা মান্ননবা শাবদা শগ্, শঘ্, শচ্, শছ্, শজ্ অসিনচিংববু গ, ঘ, চ, ছ, জ অসিনচিংবা বিন্দুশিংদা উনৈ।

অদু ওইরবদি গ, ঘ, চ, ছ, জ বিন্দুশিং চসি পাম্লিবা লৈই অখোয়বা অদুদা লৈ।

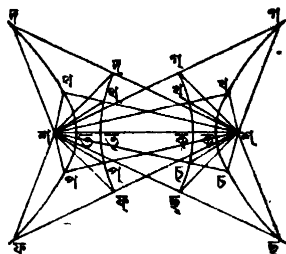
মতৌ অসুম তৌদুনা শ্ বু কেন্দ্র লৌদুনা ৩·৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েক্লগা থ, দ, ধ, প, ফ, ব নচিংবা পাম্লিবা বিন্দু কয়ামকম পুথোকপা য়াই।

শশ্ শমজিন্নৌ অমসুং মাইগৈ অ'নমক্তা শাংদোকপদা বৃত্ত মচেৎ অনিবু ত্ অমসুং ক্ দা ককই।

শক্ অমসুং শত্ অনিবু ক অমসুং ত দা মথংশিংনা অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকউ; অদু ওইরবদি ক অমসুং ত বিন্দু অনি অসিসু পাম্লিবা লৈই অখোয়বা অদুদা লৈগনি।

মথক্তা পুথোক্লিবা বিন্দু পূম্নমক অসি ফাওদোক্তুনা খুৎনা লৈই (অখোয়বা) অমা চিংলে।

খণ্ডগদবা—অসিগুম্বা লৈই অখোয়বগু ইলিপ্‌স্‌ কৌই।



(২) য়েকপা—মফম অসি-দা প না লৈবা মফম খুদিংদা শপ—শ্‌প = ১·৫"। থ অসি প গী লৈফম অমনি নিংশি। শথ অমস্যুং শ্‌থ শমজিন্নৌ অমস্যুং শথ দগী থথ্‌ অসি শ্‌থ গা মান্নন্না ককউ অমস্যুং শ্‌থ্‌ শমজিন্নৌ।

হৌজিক থথ্‌শ্‌ ত্রিভুজগী

থথ্‌ = শ্‌থ ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ থথ্‌শ্‌ ∠ = থশ্‌থ্‌ ∠ । (৫শুবা উঃ)।

অদুগা শথ্‌ = শথ − থথ্‌ = শথ — শ্‌থ = ১·৫"।

মরম অদুনা থ্‌ হায়বা বিন্দু অসি শ বু কেন্দ্র লৌদুনা ১·৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎকী মথক্তা লৈ হায়বসি খণ্ডবা ঙমলে।

শ বু কেন্দ্র লৌদুনা ১·৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকউ; অমস্যুং মদুগী মথক্তা গ্‌, চ্‌ ছ্‌ নচিংবা বিন্দু খরা লৌ।

শগ্‌, শচ্‌, শছ্‌ শমজিন্নৌ অমস্যুং মথংশিংদনা গ, চ, ছ বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ; অমস্যুং শ্‌গ্‌, শ্‌চ্‌, শ্‌ছ্‌ শমজিন্নৌ, অমস্যুং শ্‌ দা গ্‌শ্‌গ্‌, চ্‌শ্‌চ্‌, ছ্‌শ্‌ছ কোণশিং অসি মথংশিংদনা

গগ্শ্‌, চচ্শ্‌, ছছ্শ্‌ কোণশিং অসিগা মান্নবা শাবদা শগ, শচ, শছ বু গ, চ, ছ নচিংবা বিন্দুদা ককই।

অদু ওইরবদি গ, চ, ছ নচিংবা বিন্দুশিং অসি লৈই অখোয়বা অহুদা লৈগনি।

মতৌ অসুম তৌদুনা শ্‌ বু কেন্দ্র লৌদুনা ১'৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকলগা থ্‌, দ্‌ প্‌ ফ্‌ নচিংবা বিন্দুশিং অসি লৌরগ থ, দ, প, ফ নচিংবা বিন্দুশিং অসি মমাংগী নিয়ম মতুং ইন্না; পুথোকপা য়াই পুথোকলিবা বিন্দুশিং অসিসু লৈই অখোয়বা অহুদা লৈগনি।

শশ্‌ শমজিন্নৌ; মদুনা বৃত্ত মচেৎ অনিবু ক্‌ অমসুং ত্‌ দা ককই।

শক্‌ অমসুং শত্‌ অনি অসিবু মথংশিংনা ক অমসুং ত বিন্দুদা অনি থোক্না মান্নবা খায়দোকউ। অদু ওইরবদি ক অমসুং ত অনি অসিসু অখোয়বা লৈই অদুগী মনুংদা লৈগনি।

পুথোকখ্রিবা বিন্দুশিং অসি ফাওদোক্লুনা চিত্র (১) গীদা তৌরিবাগুম্না লৈই অখোয়বশিং অহু চিংউ। অহু ওইরবদি মখোই-শিং অসি পাম্লিবা লৈই অখোয়বাশিং অহুনি।

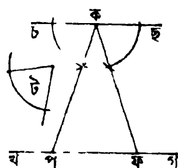
মথন মথা অয়বা সম্পাদ্যগী নৈনবা বাহংগী পাওথুম

(লামাই ১৪৫—১৪৬)

১। বাহং—ক অপীবা বিন্দুনি, অদুগা খগ অপীবা লৈই অচুম্বনি। ক বিন্দুদগী অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমা চিংউ মাহুনা

খগ গা লোয়ননা অপীবা ট কোণগা মান্নবা কোণ অমা শাগনি। অসিগুম্বা লৈই কয়া চিংবা য়াবগে ?

পাওথুম—ক অপীবা বিন্দুনি, অদুগা খগ না অপীবা লৈই অচুম্বনি অমস্তুং ট না অপীবা কোণনি।



ক বিন্দুদগী খগ গা লোয়ননা ট গা মান্নবা কোণ শানবা লৈই চি গদবনি।

য়েকপা—ক বিন্দু ফাওদোক্তুনা খগ গা সমান্তর ওইনা চকছ লৈই চিংউ।

চক লৈইগী ক বিন্দুদা ট কোণগা মান্নবা চকপ কোণ শাবনা খগ লৈইবু প বিন্দুদা ককই।

অমুক ছক লৈইগী ক বিন্দুদা ট কোণগা মান্নবা ফকছ কোণ শাবনা খগ বু ফ বিন্দুদা ককই।

অদু ওইরবদি কপ অমস্তুং কফ অনি অসি পাম্নিবা লৈই অচুম্বা অনিনি।

প্রমাণ—চছ গা খগ গা সমান্তরনি, অমস্তু বপ না মখোইবু ক অমস্তুং প বিন্দুদা ককই ;

∴ চকপ ∠ = কপগ একান্তর ∠। (১৪তম, উঃ)।

তৌইগুম্বন্নং চকপ ∠ = ট ∠। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কপগ ∠ = ট ∠।

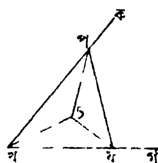
মতৌ অমুম্না কফখ ∠ = ট ∠ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কপ অমস্তুং কফ অনি অসি পাম্নিবা লৈইশিং অদুনি।

- ২। ৱাহং—কখগ কোণবু অনি থোক্না মান্ননা খায়বা লৈই অহু চিংউ; য়েকপদা মতোন থংবা গ বিন্দু শিজিন্নবা য়ারোই।

পাওথুম—কখগ কোণ অসি অপীবনি।

কখগ কোণবু খ বিন্দু শিজিন্নদনা (য়েকপদা) মান্ননা অনি থোক্না খ'য়দোক্কদবনি।



য়েকপা—খক অমসুং খগ বাহু অনিগী মনুংদা কবিগুম্বা প অমসুং ফ বিন্দু লৌ।

পফ শমজিন্নৌ।

খপফ অমসুং খফপ কোণ অসিবু পচ অমসুং ফচ না মান্ননা অনি থোক্না খায়থোকপদা মখোই অনি চ বিন্দুদা উনৈ।

খচ শমজিন্নৌ। অদু ওইরবদি, খচ না কখগ কোণবু অনি থোক্না মান্ননা খায়দোকই।

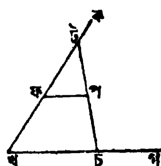
প্রমাণ—পচ অমসুং ফচ না খপফ অমসুং খফপ কোণবু মথং-শিংনা মান্ননা অনি থোক্না খায়দোকই।

তৌইগুম্বসুং খপফ ত্রিভুজগী খপফ, খফপ অমসুং পখফ কোণ অহুমবু মান্ননা অনি থোক্না খায়দোকপা লৈই অহুম্না চ বিন্দু মথক্তদা উনৈ। (লামাই ১৪১ গী ১শুবা হিরম)।

∴ খচ না পখফ হায়বদি কখগ কোণবু অনি থোক্না মান্ননা খায়দোকই।

৩। **ৱাহং**—কখগ কোণগী মনুংদা প বিন্দু লৈ। খক, খগ দা লোইব অহুগা প বিন্দুদা অনি থোক্না মান্ননা খায়বা লৈই অচুম্বা অমা চিংউ।

পাওথুম— কখগ অপীবা কোণগী মথুংদা লৈবা প বিন্দু অমনি।



প ফাওদোক্তুনা খক অমসুং খগ বাহুদা লোইবা, অমসুং প-বিন্দুদা মান্নবা অনি থোক্লা খায়দোক্কদবা লৈই অচুম্বা অমা চিংগদবনি।

য়েকপা— প বিন্দুদগী খগ গা সমান্তর ওইনা পফ লৈই অচুম্বা চিংবনা খক বু ফ বিন্দুদা উনৈ।

খক বাহুগী মথুংদা খফ গা মান্নবা ফট মতুপ ককউ।

টপ শমজিন্নৌ অমসুং মতু শাংদোকপদা খগ বাহুবু চ বিন্দুদা উনৈ।

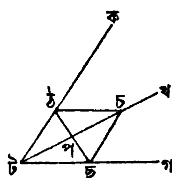
অতু ওইরবদি টচ অসি পাম্লিবা লৈই অচুনি।

প্রমাণ—টখচ ত্রিভুজগী ফ অসি খট বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি, (য়েকপগী মতুং ইন্না) অমসুং ফপ গা খচ গা সমান্তরনি; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ফপ না টচ বাহুবু প বিন্দুদা মান্নবা অনি থোক্লা খায়দোকই। (লামাই ১৪গী ১বা বাহং)।

∴ টচ অসি পাম্লিবা লৈই অচুনি।

৪। **বাহং**—কট, খট অমসুং গট লৈই অহুম ট বিন্দুদা ভিন্নরে। কট অমসুং গট দা লোইবা অদুগা খট না অনি থোক্লা মান্নবা খাঁয়বা লৈই অককপা (ছেদক) অমা চিংউ।



পাওখুম—কট, খট অমসুং গট লৈই অহুম অসি ট বিন্দুদা উনৈ।

কট অমসুং গট দা লোইবা খট না অনি থোক্লা মান্ননা খাযদোকপা লৈই অচুম্বা অমা চিংগদবনি।

য়েকপা—টখ গী মনুংদা কবিগুম্ব চ বিন্দু লৌ।

চ দগী চঠ অমসুং চছ অনি অসি মথংশিংনা টগ অমসুং টক দা সমান্তর ওইনা চিংবদা টক অমসুং টগ বু ঠ অমসুং ছ বিন্দুদা উনৈ।

ঠছ শমজিন্নৌ অমসুং মহুনা টখ বু প বিন্দুদা ককই।

অহু ওইববদি ঠছ অসি পান্নিবা লৈই অচুম্বা অহুনি।

প্রমাণ—ঠচ গা টছ গা সমান্তরনি,　　(য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং চছ গা ঠট গা সমান্তরনি ;　　(মরম অহুমক্না)।

∴ চছটঠ অসি সামান্তরিকনি।

অমুক চছটঠ সামান্তরিকী টচ অমসুং ছঠ কর্ণ অনি অসি প বিন্দুদা অমগা অমগা অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকই।

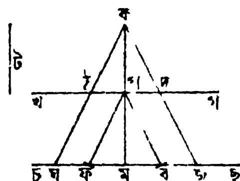
∴ ঠছ অসি প বিন্দুদা অনি থোক্লা মান্ননা খায়দোকলে, হায়বদি ঠছ অসি টখ না মান্ননা অনি থোক্লা খায়দোকলে।

∴ ঠছ অসি পান্নিবা লৈই অহুনি।

৫। **বাহৎ**—ক বিন্দুদগী অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা অমা চিংউ, অপীবা সমান্তর লৈই অনিগী মনুংদা লৈবা মহুগী মচেৎ অহু অপীবা অশাংবা অমগা মান্নগনি।

সম্পাস্ত অসি কবথা মতমদা ফল অনি তাবগে? করম্বা মতমদা ফল অমত্তা তাবগে? অদুগা কবম্বা মতমদনা ইয়া য়াদবগে?

পাওথুম—ক অসি অপীবা বিন্দুনি, অমস্তুং খগ, চছ সমান্তর ওইবা লৈই অচুম্বা অনিনি অদুগা ট অসি অপীবা অশাংবনি।



ক বিন্দুদগী খগ, চছ সমান্তর লৈই অনিবু কক্কবা লৈই অচুম্বা চিংলকপদা মবক্তা তাবা মতুপ অদু ট অশাংবগা মান্নগদবনি।

য়েকপা—ক দগী চছ দা লম্ব ওইনা কম চিংবনা খগ বু প বিন্দুদা ককই। প বু কেন্দ্র লৌদুনা ট বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকপনা চছ বু ফ অমস্তুং ব বিন্দুদা ককই। পফ, পব শমজিন্নরে।

ক বিন্দুদগী কঘ, কজ অনি অসি মথংশিংনা পফ অমস্তুং পব দা সমান্তর ওইনা চছ বু ঘ অমস্তুং জ বিন্দুদা উনবা অদুগা খগ বু ঠ অমস্তুং দ বিন্দুদা কক্কবা চিংউ।

অদু ওইরবদি কঠঘ অমস্তুং কদজ অনি অসি পাম্নিবা লৈই-শিং অদুনি।

প্রমাণ—ঠপ গা ঘফ গা সমান্তরনি, (পীবগী মতুং ইন্না)।

অমস্তুং ঠঘ গা পফ গা সমান্তরনি; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ঠপফঘ অসি সামান্তরিকনি।

∴ ঠঘ=পফ।

তৌইগুম্বসুং পফ=ট অশাংবা (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ ঠঘ=ট অশাংবা।

মতৌ অসুম্না দঙ=ট অশাংবা।

∴ কঠঘ অমসুং কদজ অনি অসি পান্নিবা লৈইশিং অদুনি।

ট অশাংবনা খগ, চছ সমান্তরগী লাপ্পবা পম দগী হেন্না শাং-লবদি মথক্তা য়েকখিবা অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা অনি চিংবা য়াই।

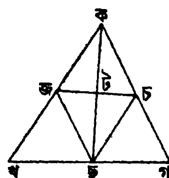
ট অশাংবনা পম গা চপমান্নবদি প কেন্দ্র লৌদুনা ট বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্তনা চছ শে কপদা শোক্কনি, মরম অদুনা মফম অসিদদি লৈই অচুম্বা অমত্তমক চিংবা য়াই।

অদুগা ট অশাংবনা পম দগী হেন্না তেল্লবদি বৃত্ত অদুনা চছ ইকক কক্লরোই, মরম অদুনা মফম অসিদদি সম্পাদ্য অসি ইয়া য়াদে।

৬। **বাহং**—কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা অসিগুম্বা খ্বাইদগী হেন্না চাওবা সমবাহু চতুর্ভুজ অমা য়েকউ, মাদুগী কোণ অমা ক কোণগা মান্নগদবনি।

পাওথুম—কখগ অপীবা ত্রিভুজনি।

কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা কোণ অমগা ক কোণগা মান্নগদবা খ্বাইদগী চাওবা সমবাহু চতুর্ভুজ অমা য়েক্কদবনি।



য়েকপা—খকগ কোণবু কছ না মায়না অনি থোক্লা খায়-দোকপদা খগ বু ছ বিন্দুদা উনৈ।

কছ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্লা মায়না খায়দোকউ অমসুং ট বিন্দু ফাওদোক্লুনা কছ দা লম্ব ওইনা জটচ লৈই চিংবনা কখ অমসুং কগ বু জ অমসুং চ বিন্দুদা উনৈ।

ছচ অমসুং ছজ শমজিন্নৌ।

অদু ওইরবদি কচছজ অসি পাম্লিবা সমবাহু চতুর্ভুজ অমুনি।

প্রমাণ—কজট, কচট ত্রিভুজগী

জকট ∠ = চকট ∠, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

কটজ ∠ = কটচ ∠, (মথোই খুদিং সমকোণনি)।

অমসুং কট মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ। (১৭শুবা উঃ)।

∴ টজ = টচ।

অমুগা কট = টছ। (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ কচছজ চতুর্ভুজগী কছ অকসুং জচ কর্ণ অনি অসি অমনা অমবু মায়না অনি থোক্লা খায়দোকনৈ ;

∴ কচছজ অসি সামান্তরিকনি।

(লামাই ৮৭কী ৩শুবা মাহং)।

কজট, কচট ত্রিভুজ অনি মশা পুন্নমক মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌখ্রে ;

∴ কজ = কচ।

তৌইশুম্বসুং কচছজ সামান্তরিকী

কজ = চছ।

∴ কচ = চছ ।

মতৌ অমুম্না চছ = জছ হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

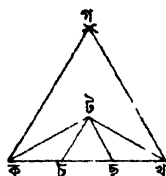
∴ কচছজ সামান্তরিকী বাহু পুম্নমক মান্নরে ;

∴ কচছজ সমবাহু চতুর্ভুজনি, অদুগা মসিগী জকচ ∠ অসিমু ক কোণনি ।

∴ কচছজ অসি পাম্লিবা সমবাহু চতুর্ভুজনি।

৭। বাহৎ—সমত্রিভুজগী লৈজবিবা মগুণশিং অদু শিজিন্নদুনা অপীবা লৈই অচুম্বা অমবু অহুমথোক্লা মান্ননা খায়দোকউ ।

পাওথুম—কখ অসি অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি ।



কখ বু সমত্রিভুজগী মচাকশিং শিজিন্নদুনা মান্ননা অহুমথোক্লা খায়দোকদবনি ।

য়েকপা ক অমসুং খ বু কেন্দ্র লৌদুনা কখ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা কখ গী নাকল অমত্তদা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা মখোই গ বিন্দুদা কক্লে। গক, গখ শমজিন্নৌ ।

গকখ, গখক কোণবু মথংশিংনা কট অমসুং খট না তম্খাই তানা খায়দোপদা মখোই অনি ট বিন্দুদা উনৈ।

কট গী ট বিন্দুদা টকখ কোণগা মান্ননা কটচ কোণ শাবদা টচ না কখ বু চ বিন্দুদা উনৈ ।

মতৌ অমুম্না খট গী ট বিন্দুদা টখক কোণগা মান্নবা খটছ কোণ শাবদা টছ না কখ বু ছ বিন্দুদা উনৈ ।

অত্ত ওইরবদি কখ লৈইবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মায়না অহুম খোক্না খায়দোকলে।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজ অসি সমবাহুনি ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ মসি সমানকোণীসু ওই।

∴ গকখ, গখক কোণ খুদিং $= \frac{১৮০^\circ}{৩} = ৬০^\circ$।

টকখ $\angle$ হায়বদি টকচ $\angle = \frac{১}{২}$ গকখ $\angle = \frac{১}{২} \times ৬০^\circ = ৩০^\circ$।

অদুগা টকচ $\angle$ = কটচ $\angle$ (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

$= ৩০^\circ$।

∴ কটচ ত্রিভুজগী

টকচ $\angle$ = কটচ $\angle$;

∴ চক = চট। (৬শুবা উঃ)।

মতৌ অসুম্না ছখ = ছট।

অমুক হন্না, কটচ ত্রিভুজগী কচ বাহু ছ বিন্দু ফাওবা শাংদোকলি ;

∴ মপানগী টচছ $\angle$ = মনুংগী টকচ $\angle$ + কটচ $\angle$

$= ৩০^\circ + ৩০^\circ = ৬০^\circ$।

মতৌ অসুম্না টছচ $\angle = ৬০^\circ$।

হৌজিক টচছ ত্রিভুজগী টচছ, টছচ কোণ খুদিং $= ৬০^\circ$।

∴ লৈহৌরিবা চটছ $= ৬০^\circ$।

∴ টচছ ত্রিভুজ অসি সমানকোণীনি ;

∴ ত্রিভুজ অসি সমবাহুনি। (৬শুবা উঃ গী অনুমাণ)

∴ চট = চছ = ছট।

তৌইগুম্বমসুং চট = চক, } (প্রমাণ তৌখ্রে)।
ছট = ছখ }

∴ চক = চছ = ছখ।

∴ কখ লৈই অচুম্ববু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মান্ননা অহুম থোক্লা খায়দোকলে।

ত্রিভুজ য়েকপগী মরমদা নৈননবা বাহংগী পাওথুম

৮। বাহং—মথাদা ইবিবা হিরমশিং অসি পীহুনা লৈ, ত্রিভুজ অদু য়েকউ।

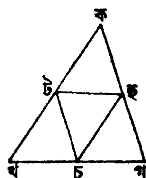
(১) বাহু অহুমগী ময়ায় থংবা বিন্দু।

(২) বাহু অনিগী অশাংবা ১সুং অহুমশুবা বাহুবু মান্ননা অনি থোক্লা খায়রিবা মাথ্যিকী।

(৩) বাহু অমা, অমসুং অতোপ্পা বাহু অনিবু মান্ননা অনি থোক্লা খায়রিবা মাথ্যিকী অনিগী অশাংবা।

(৪) মাথ্যিকী অহুমগী অশাংবা।

(১) পাওথুম—ট, চ অমসুং ছ অহুম অসি বাহু অহুমগী মায়গী বিন্দুনি।



ত্রিভুজ অদু য়েকদবনি।

য়েকপা—টচ, চছ অমসুং ছট শমজিল্লো।

ট, চ অমসুং ছ বিন্দু অহুম অসি কাওদোক্নুনা কটখ, খচগ অমসুং গছক লৈই অচুম্বা অহুম অসি মথংশিংনা চছ, টছ অমসুং

টচ দা সমান্তর ওইনা চিংলে অমসুং চিংলিবা লৈই অহুম অসি ক, খ অমসুং গ বিন্দুদা কক্করে।

অহু ওইরবদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অহুনি।

প্রমাণ—খট গা চছ গা সমান্তরনি, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং টছ গা খচ গা সমান্তরনি ; (মরম অহুমক্কা)।

∴ টখচছ অসি সামান্তরিকনি। (সংজ্ঞা)।

∴ খট = চছ। (২১শুবা উঃ)।

মতৌ অমুন্না টচছক অসিসু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ;

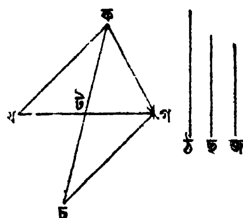
∴ টক = চছ।

∴ খট = টক,

হায়বদি ট অসি কখ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি।

মতৌ অমুন্না চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি মথংশিৎনা খগ ১সুং গক বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দুনি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

∴ কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অহুনি।



(২) পাওথুম—ঠ অমসুং ছ অনি অসি বাহু অনিগী অশাংবনি, অহুগা জ অসি অহুমশুবা বাহুবু মান্নবা অনি থোক্না খায়দোকপা মাথ্যিকীগী অশাংবনি।

ত্রিভুজ অহু য়েক্কদবনি।

য়েকপা—কট লৈই অচুম্ববু জ গ।

মায়না। লৌ অমস্থুং কট বু চ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কট গা টচ গা মান্নহল্লু।

ক অমস্থুং চ বু কেন্দ্র লৌদুনা মথংশিংনা ছ অমস্থুং ঠ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা কচ গী নাকল অমত্তদা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপদা গ বিন্দুদা করুরে।

কগ, চগ শমজিন্নরে।

অদুগা গট শমজিন্নরগা খ ফাওবা শাংদোকপদা গট গা টখ গা মান্নহল্লু। কখ শমজিন্নরে।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পান্নিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—গটচ, কটখ ত্রিভুজগী

টচ = কট, (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

গট = খট, (মরম অদুমক্তা)।

অমস্থুং মরক্তা লৈবা গটচ ∠ = মরক্তা লৈবা কটখ ∠ ;

(প্রতীপ কোণ ওইবনা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মান্নে। (৪শুবা উঃ)।

∴ গচ = কখ।

তোইগুম্বস্থুং গচ = ঠ অশাংবা

∴ কখ = ঠ অশাংবা

অদুগা কগ = ছ অশাংবা

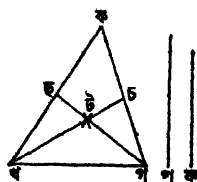
কট = জ অশাংবা।

অমস্থুং ট না খগ বাদুগী ময়ায়গী বিন্দুনি।

∴ কট অসি খগ বু মান্নবা অনি থোক্না খায়দোকপা লৈইনি, হায়বদি মাখিকীনি।

∴ কখগ অসি পান্নিবা ত্রিভুজ অদুনি।

(৩) পাওখুম—খগ ভুমি পীরে, অমসুং অতোপ্পা বা'হু অনিবু মাম্নবা অনি থোক্লা খায়দোকপা মাধ্যিকী অনিগী অশাংবা প অমসুং ফ পীবে।



ত্রিভুজ অদু য়েক্কদবনি।

য়েকপা—খ বু কেন্দ্র লৌদুনা $\frac{২}{৩}$ × প অশাংববু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকউ, অমসুং গ বু কেন্দ্র লৌদুনা $\frac{২}{৩}$ × ফ অশাংববু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎনা অহানবা বৃত্ত মচেৎপু ট বিন্দুদা ককই। খট বু চ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা টচ গা $\frac{১}{৩}$ × প অশাংবগা মাম্নহল্লু। গচ শমজিন্নৌ অমসুং গচ গা চক গা মাম্নবা ক বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ। কখ সমজিন্নৌ।

অদু ওইববদি কখগ অসি পাম্লিবা ত্রিভুজ অদুনি।

প্রমাণ—গট শাংদোকউ অমসুং মাথলা কখ বু ছ বিন্দুদা উনৈ।

খট = $\frac{২}{৩}$ × প, (কেকপগী মতুং ইন্না)।

অমসুং টচ = $\frac{১}{৩}$ × প, (মরম অদুমক্না)।

মাম্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

খট + টচ = ($\frac{২}{৩}$ + $\frac{১}{৩}$) প = প।

অদুগা চ অসি কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ; (য়েকপগী মতুং ইন্না)।

∴ খচ অসি কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকী অমনি।

অদুগা খচ মাধ্যিকীগী ট অসি (কোণগী বিন্দুদগী লাপথোকথিবদা) মাম্নবা শরুক অহুম থোক্লা খায়দোকপা বিন্দুনি।

কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকী পুম্নমক ট বিন্দুদা ককৈ।

∴ গছ অসি অতোপ্পা মাধ্যিকী অমনি।

∴ গট = $\frac{২}{৩}$ গছ।

তৌইগুম্বসুং গট = $\frac{১}{৬}$ × ফ ;　　(য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

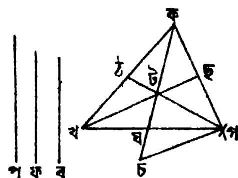
∴ গছ = ফ ।

খচ = প ।　　(প্রমাণ তোখে) ।

অদুগা খগ অপীবা ভূমিনি ।

∴ কখগ অসি পান্নিবা ত্রিভুজ অদুনি ।

(৪) পাওথুম—প, ফ অমসুং ব অহুম অসি মাধ্যিকীগী অশাংবনি । ত্রিভুজ অদু য়েকদবনি ।



য়েকপা—টচ লৈই অচুম্ববু $\frac{১}{৬}$ × ব অশাংবগা মান্নবা লৌ ।

ট অমসুং চ বু কেন্দ্র লৌদুনা মথংথিংনা $\frac{১}{৬}$ × ফ অমসুং $\frac{১}{৬}$ × প বু ব্যাসার্দ্ধ লৌদুনা টচ গী নাকল অমদদা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ অনিনা গ বিন্দুদা কক্লে ।

টচ বু অনি থোক্না মান্নবা ঘ বিন্দুদা খায়দোকউ ।

গঘ শমজিন্নরগা গঘ গা ঘখ গা মান্নবা খ বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ ।

চট বু চট গা টক গা মান্নবা ক বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ । খক অমসুং গক শমজিন্নৌ ।

অদু ওইরবদি কখগ অসি পান্নিবা ত্রিভুজ অদুনি ।

প্রমাণ—গট অমসুং খট শমজিন্নরবগা শাংদোকপনা মথংথিংনা কখ অমসুং কগ বু ঠ অমসুং ছ বিন্দুদা উনৈ । গচ শমজিন্নৌ ।

গঘচ, খঘট ত্রিভুজগী

গঘ = ঘখ,　　(য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

ঘচ = ঘট,　　(মরম অদুমক্না) ।

অমসুং মরক্তা লৈবা গখচ ∠ = মরক্তা লৈবা খঘট ∠ ;
(প্রতীপ কোণনি) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মান্নৈ । (৪শুবা উঃ) ।

∴ চগ = খট ।

তৌইশুম্নসুং চগ = $\frac{1}{3}$ × প ; (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ খট = $\frac{1}{3}$ × প ।

অদুগা কট = টচ = $\frac{1}{3}$ × ব ;

অমসুং টঘ = $\frac{1}{2}$ × টচ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{3}$ × ব = $\frac{1}{6}$ ব ।

∴ কট + টঘ = $\frac{1}{3}$ × ব + $\frac{1}{6}$ × ব = ($\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{6}$) ব = ব,

হায়বদি কঘ = ব অশাংবা ।

অমুক হন্না, ঘ অসি খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ; (য়েকপগী মতুংইন্না) ।

∴ কঘ অসি মাধ্যিকানি ।

অদুগা ট বিন্দুনা কঘ মাধ্যিকাগী (কোণগী বিন্দুদগী লাপ-থোকপা) মান্নবা শরুক অহুম থোকপগী খায়দোকফমনি ।

∴ কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকা মহুম্মক ট বিন্দু ফাওদুনা চৎকদবনি ।

∴ গঠ অমসুং খছ অনি অসি ত্রিভুজগী অতোপ্পা মাধ্যিকা অনিনি ।

∴ গট = $\frac{2}{3}$ × গঠ ।

তৌইশুম্নসুং গট = $\frac{2}{3}$ × ফ ; (য়েকপগী মতুং ইন্না) ।

∴ গঠ = ফ অশাংবা ;

মতৌ অসুম্না খছ = প হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

∴ কখগ অসি পান্নিবা ত্রিভুজ অমনি ।